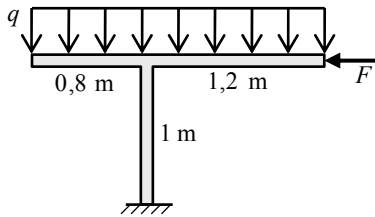


# ВЪТРЕШНИ УСИЛИЯ В РАВНИННИ РАМКИ:

(Метод на сечението, статично определими рамки)

## Т-ОБРАЗНА РАМКА

### УСЛОВИЕ:

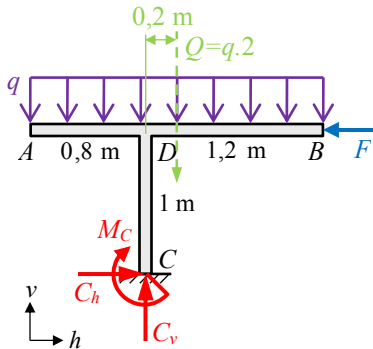


Да се построят диаграмите на вътрешните усилия за показаната на схемата рамка.

Дадено е:  $F = 12 \text{ kN}$ ;  $q = 10 \text{ kN/m}$ .

### РЕШЕНИЕ:

#### I. Опорни реакции



Означавам опорните реакции като  $C_v$ ,  $C_h$  и  $M_C$  (в червено).

$$\sum h_i = 0: \quad C_h - F = 0; \\ C_h = F = \underline{12 \text{ kN}}.$$

$$\sum v_i = 0: \quad C_v - q \cdot 2 = 0; \\ C_v = 10 \cdot 2 = \underline{20 \text{ kN}}.$$

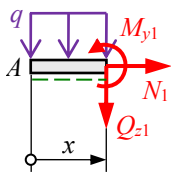
$$\sum M_{Ci} = 0: \quad M_C + q \cdot 2 \cdot 0,2 - F \cdot 1 = 0; \\ M_C = 12 \cdot 1 - 10 \cdot 2 \cdot 0,2 = \underline{8 \text{ kN}}.$$

Проверка:

$$\sum M_{Ai} = 0: \quad M_C + q \cdot 2 \cdot 1 - C_h \cdot 1 - C_v \cdot 0,8 = 0; \\ 8 + 10 \cdot 2 \cdot 1 - 12 \cdot 1 - 20 \cdot 0,8 = 0, \text{ О.К.}$$

#### II. Вътрешни усилия

Рамката има три участъка. Поставям реперна линия – отдолу на хоризонталния участък и отдясно на вертикалния участък (зелена прекъсната линия).



I участък, лява част,  $x \in [0; 0,8 \text{ m}]$ ,  $\rightarrow$ :

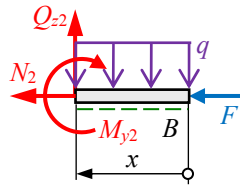
$$\sum x_i = 0: \quad N_1 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z1} + qx = 0; \\ Q_{z1} = -10x - \text{уравнение на права линия}; \\ Q_{z1}(0) = 0; \quad Q_{z1}(x=0,8 \text{ m}) = -8 \text{ kN}.$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y1} + qx \cdot x/2 = 0; \\ M_{y1} = -5x^2 - \text{квадратна парабола}; \\ M_{y1}(0) = 0; \quad M_{y1}(x=0,8 \text{ m}) = -3,2 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Изследване за екстремуми:

$$\frac{dM_{y1}}{dx} = Q_{z1} = -10x = 0; \quad x_{extr} = 0; \quad M_{y1}(0) = 0.$$



**II участък**, дясна част,  $x \in [0; 1,2 \text{ m}]$ ,  $\leftarrow$ :

$$\sum x_i = 0: N_2 + F = 0;$$

$$N_2 = -F = -12 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z2} - qx = 0;$$

$$Q_{z2} = 10x - \text{уравнение на права линия};$$

$$Q_{z2}(0) = 0; Q_{z2}(x=1,2 \text{ m}) = 12 \text{ kN.}$$

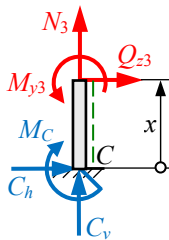
$$\sum M_{yi} = 0: M_{y2} + qx \cdot x/2 = 0;$$

$$M_{y2} = -5x^2 - \text{квадратна парабола};$$

$$M_{y2}(0) = 0; M_{y2}(x=1,2 \text{ m}) = -7,2 \text{ kN.m.}$$

Изследване за екстремуми:

$$\frac{dM_{y2}}{dx} = Q_{z2} = -10x = 0; x_{extr} = 0; M_{y2}(0) = 0.$$



**III участък**, лява част,  $x \in [0; 1 \text{ m}]$ ,  $\rightarrow$ :

$$\sum x_i = 0: N_3 + C_v = 0;$$

$$N_3 = -C_v = -20 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z3} + C_h = 0;$$

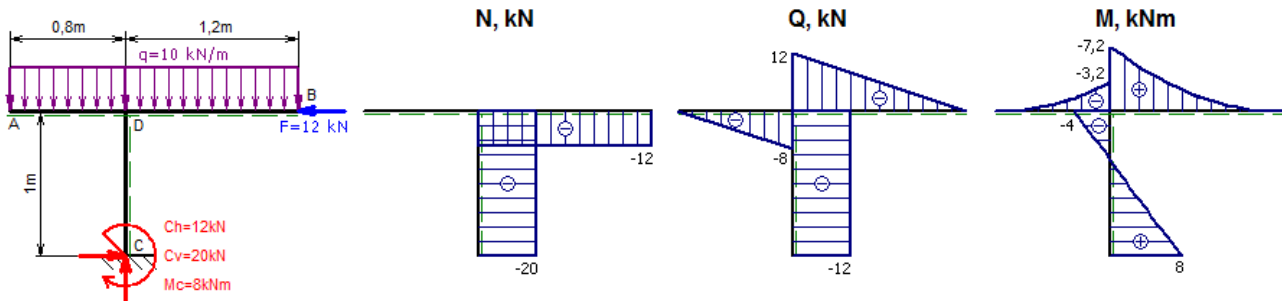
$$Q_{z3} = -C_h = -12 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y3} + C_h \cdot x - M_C = 0;$$

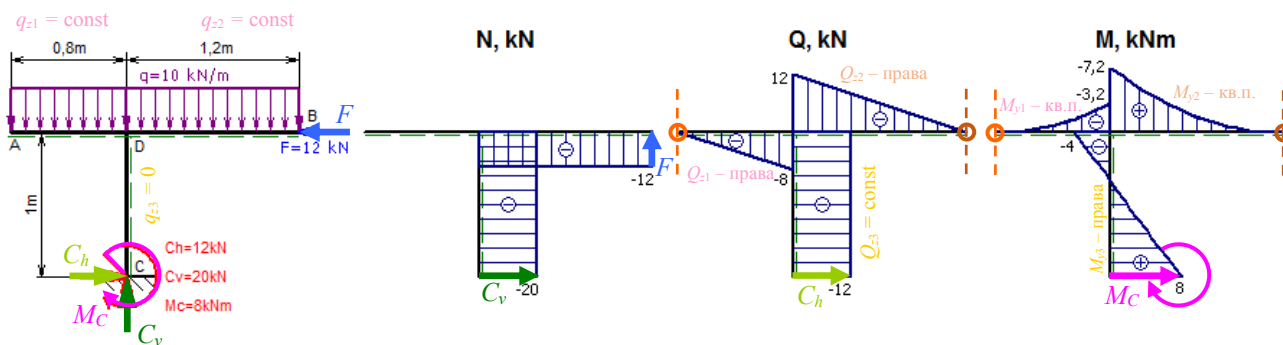
$$M_{y3} = -12x + 8 - \text{уравнение на права линия};$$

$$M_{y3}(0) = 8 \text{ kN.m}; M_{y3}(x=1 \text{ m}) = -4 \text{ kN.m.}$$

### III. Диаграми на вътрешните усилия



## IV. Проверка на диаграмите на вътрешните усилия



### 1. Проверка за вид на кривите

- I участък:  $q = \text{const} \Rightarrow Q_{z1} - \text{права линия}, M_{y1} - \text{квадратна парабола} \Rightarrow \text{вярно};$
- II участък:  $q = \text{const} \Rightarrow Q_{z2} - \text{права линия}, M_{y2} - \text{квадратна парабола} \Rightarrow \text{вярно};$
- III участък:  $q = 0 \Rightarrow Q_{z3} = \text{const}, M_{y3} - \text{права линия} \Rightarrow \text{вярно}.$

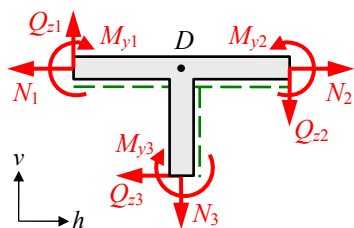
### 2. Проверка за скокове и рогови точки

- $F$  предизвиква скок в  $N$ -диаграмата с големината на  $F \Rightarrow \text{вярно};$
- $C_v$  предизвиква скок в  $N$ -диаграмата с големината на  $C_v \Rightarrow \text{вярно};$
- $C_h$  предизвиква скок в  $Q$ -диаграмата с големината и посоката на  $C_h \Rightarrow \text{вярно};$
- $M_C$  предизвиква скок в  $M_y$ -диаграмата с големината на  $M_C \Rightarrow \text{вярно};$
- Поставям  $M_C$  върху скока в  $M_y$ -диаграмата, от външната страна. Стрелката сочи към скока  $\Rightarrow \text{вярно}.$

### 3. Проверка за екстремуми

- I участък: В сечение с координата  $x = 0 \text{ m}$  се получава  $Q_{z1} = 0$ . В същото сечение  $M_y$  има екстремум  $\Rightarrow \text{вярно};$
- II участък: В сечение с координата  $x = 0 \text{ m}$  се получава  $Q_{z2} = 0$ . В същото сечение  $M_y$  има екстремум  $\Rightarrow \text{вярно};$
- III участък:  $Q_{z3} \neq 0$  във всички сечения.  $M_y$  е права линия и няма екстремуми.

### 4. Проверка на възела



- $\sum h_i = 0; \quad N_1 - N_2 + Q_{z3} = 0; \quad 0 - (-12) - 12 = 0 \Rightarrow \text{вярно};$
- $\sum v_i = 0; \quad Q_{z1} - Q_{z2} - N_3 = 0; \quad -8 - 12 - (-20) = 0 \Rightarrow \text{вярно};$
- $\sum M_i^D = 0; \quad M_{y1} - M_{y2} + M_{y3} = 0; \quad -3,2 - (-7,2) - 4 = 0 \Rightarrow \text{вярно}.$