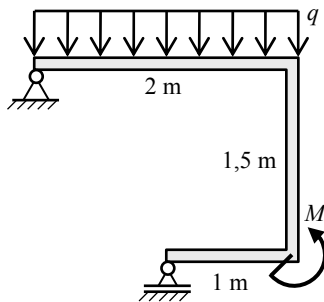


ВЪТРЕШНИ УСИЛИЯ В РАВНИННИ РАМКИ:

(Метод на сечението, статично определени рамки)

П-ОБРАЗНА РАМКА

УСЛОВИЕ:

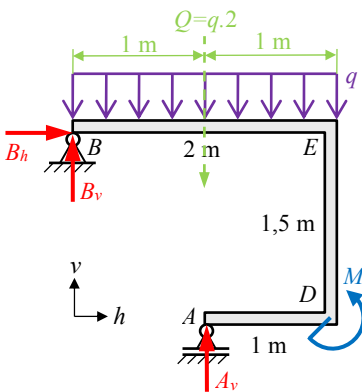


Да се построят диаграмите на вътрешните усилия за показаната на схемата рамка.

Дадено е: $M = 12 \text{ kN.m}$; $q = 15 \text{ kN/m}$.

РЕШЕНИЕ:

I. Опорни реакции



Означавам опорните реакции като A_v , B_h и B_v (в червено).

$$\sum h_i = 0: \quad B_h = 0.$$

$$\sum M_{Bi} = 0: \quad A_v \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 1 + M = 0;$$

$$A_v = 15 \cdot 2 \cdot 1 - 12 = \underline{18 \text{ kN}}.$$

$$\sum v_i = 0: \quad B_v + A_v - q \cdot 2 = 0;$$

$$B_v = 15 \cdot 2 - 18 = \underline{12 \text{ kN}}.$$

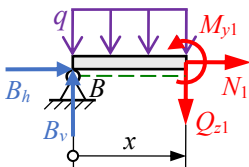
Проверка:

$$\sum M_{Ei} = 0: \quad B_v \cdot 2 + A_v \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 1 - M = 0;$$

$$12 \cdot 2 + 18 \cdot 1 - 15 \cdot 2 \cdot 1 - 12 = 0, \text{ О.К.}$$

II. Вътрешни усилия

Рамката има три участъка. Поставям реперна линия – от вътрешната страна на рамката (зелена прекъсната линия).



I участък, лява част, $x \in [0; 2 \text{ m}]$, \rightarrow :

$$\sum x_i = 0: \quad N_1 + B_h = 0.$$

$$N_1 = -B_h = 0.$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z1} + qx - B_v = 0;$$

$$Q_{z1} = -15x + 12 - \text{уравнение на права линия};$$

$$Q_{z1}(0) = 12 \text{ kN}; \quad Q_{z1}(x=2 \text{ m}) = -18 \text{ kN}.$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y1} + qx \cdot x/2 - B_v \cdot x = 0;$$

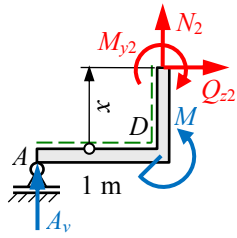
$$M_{y1} = -7,5x^2 + 12x - \text{квадратна парабола};$$

$$M_{y1}(0) = 0; \quad M_{y1}(x=2 \text{ m}) = -6 \text{ kN.m}.$$

Изследване за екстремуми:

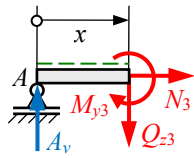
$$\frac{dM_{y1}}{dx} = Q_{z1} = -15x + 12 = 0; \quad x_{extr} = \frac{12}{15} = 0,8 \text{ m};$$

$$M_{y1}(0,8 \text{ m}) = 4,8 \text{ kN.m}.$$



II участък, дясна част, $x \in [0; 1,5 \text{ m}]$, \leftarrow :

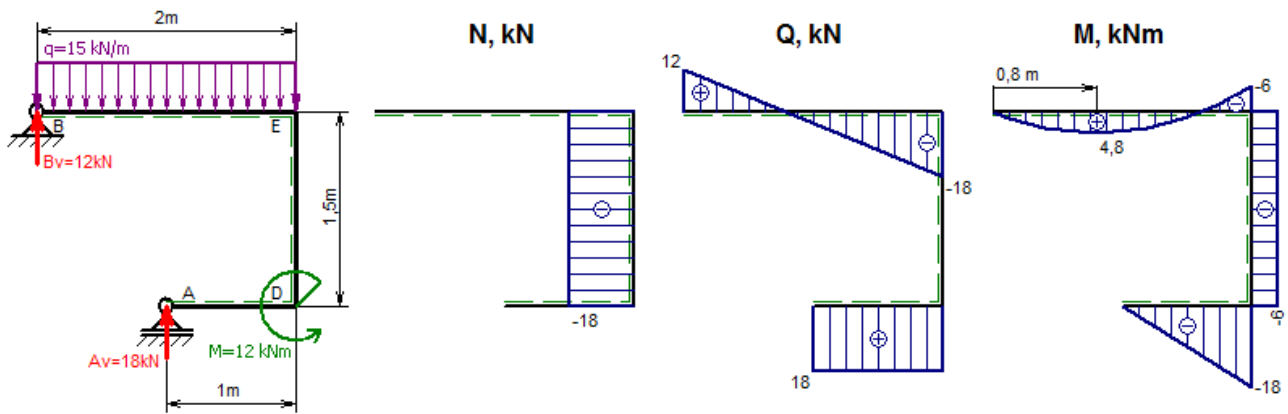
$$\begin{aligned} \sum x_i = 0: \quad N_2 + A_v &= 0; \\ N_2 &= -A_v = -18 \text{ kN} = \text{const.} \\ \sum z_i = 0: \quad Q_{z2} &= 0; \\ \sum M_{yi} = 0: \quad M_{y2} + A_v \cdot 1 - M &= 0; \\ M_{y2} &= -18 \cdot 1 + 12 = -6 \text{ kN.m} = \text{const.} \end{aligned}$$



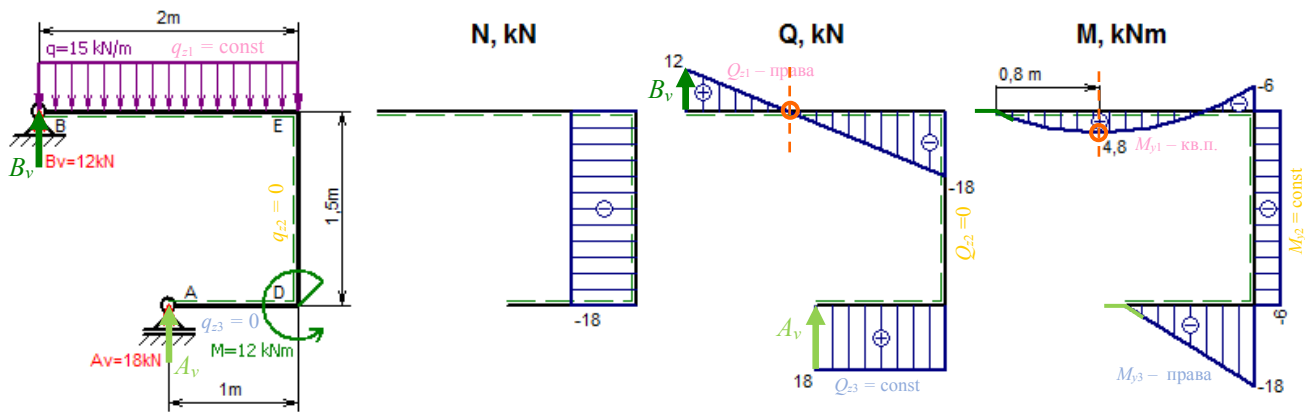
III участък, дясна част, $x \in [0; 1 \text{ m}]$, \leftarrow :

$$\begin{aligned} \sum x_i = 0: \quad N_3 &= 0; \\ \sum z_i = 0: \quad Q_{z3} - A_v &= 0; \\ Q_{z3} &= A_v = 18 \text{ kN} = \text{const.} \\ \sum M_{yi} = 0: \quad M_{y3} + A_v \cdot x &= 0; \\ M_{y3} &= -18 \cdot x - \text{уравнение на права линия;} \\ M_{y3}(0) &= 0; \quad M_{y3}(x=1 \text{ m}) = -18 \text{ kN.m.} \end{aligned}$$

III. Диаграми на вътрешните усилия



IV. Проверка на диаграмите на вътрешните усилия



1. Проверка за вид на кривите

- I участък: $q = \text{const} \Rightarrow Q_{z1} - \text{права линия}, M_{y1} - \text{квадратна парабола} \Rightarrow \text{вярно};$
- II участък: $q = 0 \Rightarrow Q_{z2} = 0$ (частен случай на константа), $M_{y2} = \text{const}$ (частен случай на права линия) $\Rightarrow \text{вярно};$
- III участък: $q = 0 \Rightarrow Q_{z3} = \text{const}, M_{y3} - \text{права линия} \Rightarrow \text{вярно}.$

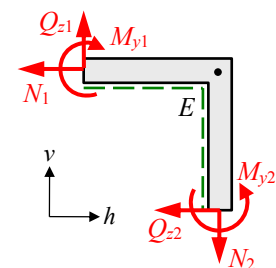
2. Проверка за скокове и рогови точки

- A_v предизвиква скок в Q_z -диаграмата с големината и посоката на $A_v \Rightarrow \text{вярно};$
- A_v предизвиква рогова точка в M_y -диаграмата по посока на $A_v \Rightarrow \text{вярно};$
- B_v предизвиква скок в Q_z -диаграмата с големината и посоката на $B_v \Rightarrow \text{вярно};$
- B_v предизвиква рогова точка в M_y -диаграмата по посока на $B_v \Rightarrow \text{вярно}.$

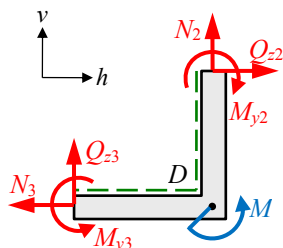
3. Проверка за екстремуми

- I участък: В сечение с координата $x = 0,8 \text{ m}$ се получава $Q_{z1} = 0$. В същото сечение M_y има екстремум $\Rightarrow \text{вярно};$
- II участък: $Q_{z2} = 0$ във всички сечения. $M_y = \text{const}$ и няма екстремуми.
- III участък: $Q_{z3} \neq 0$ във всички сечения. M_y е права линия и няма екстремуми.

4. Проверка на възлите



• $\sum h_i = 0;$	$N_1 + Q_{z2} = 0;$	$0 + 0 = 0$	$\Rightarrow \text{вярно};$
• $\sum v_i = 0;$	$Q_{z1} - N_2 = 0;$	$-18 - (-18) = 0$	$\Rightarrow \text{вярно};$
• $\sum M_i^E = 0;$	$M_{y1} - M_{y2} = 0;$	$-6 - (-6) = 0$	$\Rightarrow \text{вярно}.$



• $\sum h_i = 0;$	$N_3 - Q_{z2} = 0;$	$0 - 0 = 0$	$\Rightarrow \text{вярно};$
• $\sum v_i = 0;$	$Q_{z3} + N_2 = 0;$	$18 - 18 = 0$	$\Rightarrow \text{вярно};$
• $\sum M_i^D = 0;$	$M_{y2} - M_{y3} - M = 0;$	$-6 - (-18) - 12 = 0$	$\Rightarrow \text{вярно}.$