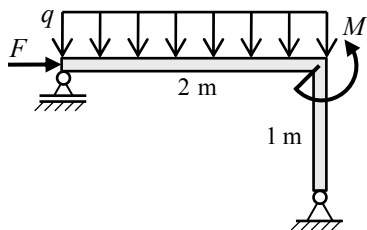


## Г-ОБРАЗНА РАМКА

### УСЛОВИЕ:

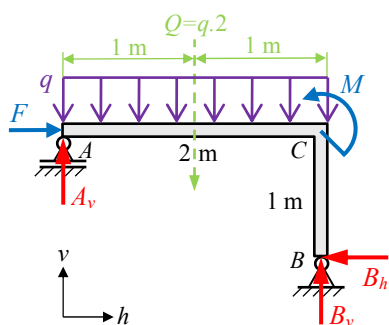


Да се построят диаграмите на вътрешните усилия за показаната на схемата рамка.

Дадено е:  $F = 6 \text{ kN}$ ;  $M = 2 \text{ kN.m}$ ;  $q = 10 \text{ kN/m}$ .

### РЕШЕНИЕ:

#### I. Опорни реакции



Означавам опорните реакции като  $A_v$ ,  $B_h$  и  $B_v$  (в червено).

$$\sum h_i = 0: \quad B_h - F = 0;$$

$$B_h = F = \underline{6 \text{ kN}}.$$

$$\sum M_{Ai} = 0: \quad B_v \cdot 2 - B_h \cdot 1 + M - q \cdot 2 \cdot 1 = 0;$$

$$B_v = (6 \cdot 1 - 2 + 10 \cdot 2 \cdot 1) / 2 = \underline{12 \text{ kN}}.$$

$$\sum M_{Bi} = 0: \quad A_v \cdot 2 + F \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 1 - M = 0;$$

$$A_v = (-6 \cdot 1 + 10 \cdot 2 \cdot 1 + 2) / 2 = \underline{8 \text{ kN}}.$$

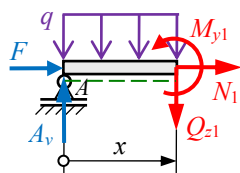
Проверка:

$$\sum v_i = 0: \quad A_v + B_v - q \cdot 2 = 0;$$

$$8 + 12 - 10 \cdot 2 = 0, \text{ О.К.}$$

#### II. Вътрешни усилия

Рамката има два участъка. Поставям реперна линия – отдолу на хоризонталния участък и отляво на вертикалния участък (зелена прекъсната линия).



**I участък**, лява част,  $x \in [0; 2 \text{ m}]$ ,  $\rightarrow$ :

$$\sum x_i = 0: \quad N_1 + F = 0;$$

$$N_1 = -F = -6 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z1} + qx - A_v = 0;$$

$$Q_{z1} = 8 - 10x - \text{уравнение на права линия};$$

$$Q_{z1}(0) = 8 \text{ kN}; \quad Q_{z1}(x=2 \text{ m}) = -12 \text{ kN}.$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y1} + qx \cdot x / 2 - A_v \cdot x = 0;$$

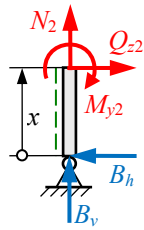
$$M_{y1} = -5x^2 + 8x - \text{квадратна парабола};$$

$$M_{y1}(0) = 0; \quad M_{y1}(x=2 \text{ m}) = -4 \text{ kN.m.}$$

Изследване за екстремуми:

$$\frac{dM_{y1}}{dx} = Q_{z1} = 8 - 10x = 0; \quad x_{extr} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ m};$$

$$extr M_{y1} = M_{y1}(x_{extr} = 0,8 \text{ m}) = 3,2 \text{ kN.m.}$$



**II участък**, дясна част,  $x \in [0; 1 \text{ m}]$ ,  $\leftarrow$ :

$$\sum x_i = 0: \quad N_2 + B_v = 0;$$

$$N_2 = -12 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z2} - B_h = 0;$$

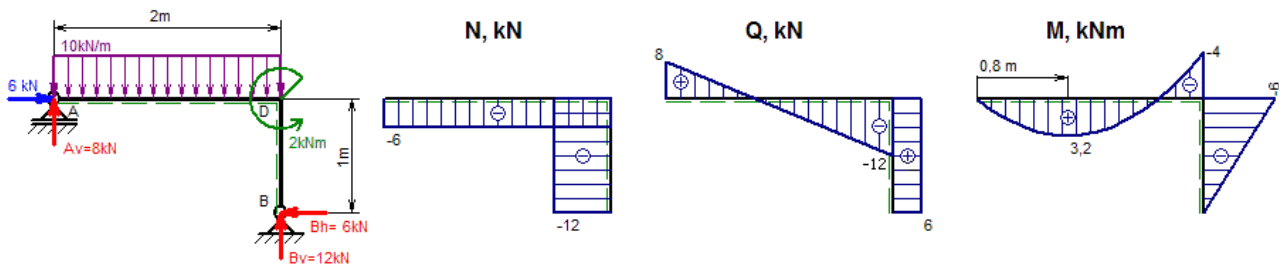
$$Q_{z2} = 6 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y2} + B_h \cdot x = 0;$$

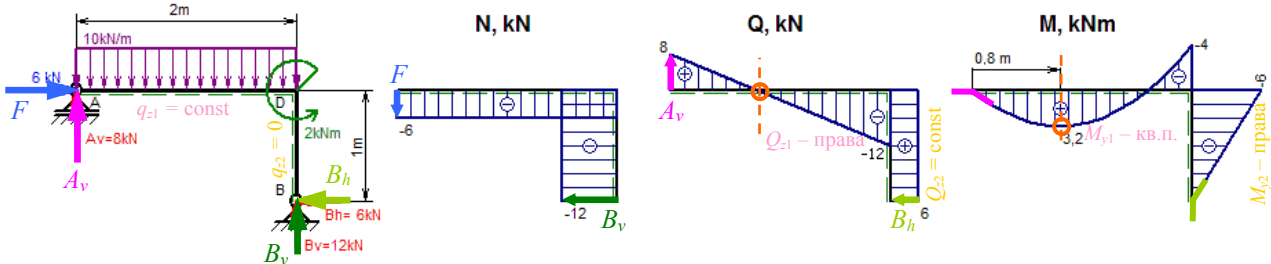
$$M_{y2} = -6x - \text{уравнение на права линия};$$

$$M_{y2}(0) = 0 \text{ kN.m}; \quad M_{y2}(x=1 \text{ m}) = -6 \text{ kN.m.}$$

### III. Диаграми на вътрешните усилия



### IV. Проверка на диаграмите на вътрешните усилия



#### 1. Проверка за вид на кривите

- I участък:  $q = \text{const} \Rightarrow Q_{z1}$  – права линия,  $M_{y1}$  – квадратна парабола  $\Rightarrow$  *вярно*;
- II участък:  $q = 0 \Rightarrow Q_{z2} = \text{const}$ ,  $M_{y2}$  – права линия  $\Rightarrow$  *вярно*.

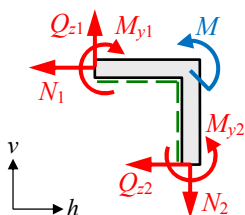
#### 2. Проверка за скокове и рогови точки

- $F$  предизвиква скок в  $N$ -диаграмата с големината на  $F \Rightarrow$  *вярно*;
- $A_v$  предизвиква скок в  $Q_z$ -диаграмата с големината и посоката на  $A_v \Rightarrow$  *вярно*;
- $A_v$  предизвиква рогова точка в  $M_y$ -диаграмата с посоката на  $A_v \Rightarrow$  *вярно*;
- $B_v$  предизвиква скок в  $N$ -диаграмата с големината на  $B_v \Rightarrow$  *вярно*;
- $B_h$  предизвиква скок в  $Q_z$ -диаграмата с големината и посоката на  $B_h \Rightarrow$  *вярно*;
- $B_h$  предизвиква рогова точка в  $M_y$ -диаграмата с посоката на  $B_h \Rightarrow$  *вярно*.

#### 3. Проверка за екстремуми

- I участък: В сечение с координата  $x = 0,8 \text{ m}$  се получава  $Q_{z1} = 0$ . В същото сечение  $M_y$  има екстремум  $\Rightarrow$  *вярно*;
- II участък:  $Q_{z2} \neq 0$  във всички сечения.  $M_y$  е права линия и няма екстремуми.

#### 4. Проверка на възела



$$\sum h_i = 0; \quad N_1 + Q_{z2} = 0; \quad -6 + 6 = 0 \quad \Rightarrow \text{вярно};$$

$$\sum v_i = 0; \quad Q_{z1} - N_2 = 0; \quad -12 - (-12) = 0 \quad \Rightarrow \text{вярно};$$

$$\sum M_i^{\text{възел}} = 0; \quad M_{y1} - M_{y2} - M = 0; \quad -4 - (-6) - 2 = 0 \Rightarrow \text{вярно}.$$