

ВЪТРЕШНИ УСИЛИЯ В РАВНИННИ ПРАВИ ГРЕДИ:

(Метод на сечението, статично определими греди)

ЛЯВО ЗАПЪНАТА КОНЗОЛНА ГРЕДА

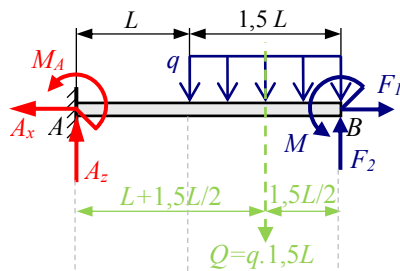
УСЛОВИЕ:

Да се построят диаграмите на вътрешните усилия за показаната на схемата греда.

Дадено е: $L = 1$ m; $q = 6$ kN/m;
 $F_1 = 10$ kN; $F_2 = 3$ kN; $M = 4$ kN.m.

РЕШЕНИЕ:

I. Опорни реакции



Означавам опорните реакции като A_x , A_z и M_A .

$$\sum x_i = 0: A_x - F_1 = 0;$$

$$A_x = F_1 = \underline{10 \text{ kN}}.$$

$$\sum z_i = 0: A_z + F_2 - q \cdot 1,5L = 0;$$

$$A_z = 6,1,5 \cdot 1 - 3 = \underline{6 \text{ kN}}.$$

$$\sum M_{Ai} = 0: M_A + M + F_2(L+1,5L) - q \cdot 1,5L(L+1,5L/2) = 0;$$

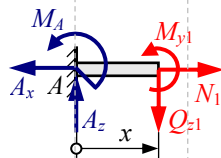
$$M_A = 6,1,5 \cdot 1(1+1,5 \cdot 1/2) - 4 - 3(1+1,5 \cdot 1) = \underline{4,25 \text{ kNm}}.$$

Проверка:

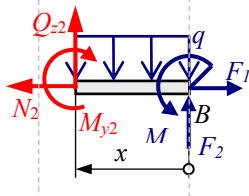
$$\sum M_{Bi} = 0: M_A + M - A_z(L+1,5L) + q \cdot 1,5L \cdot 1,5L/2 = 0;$$

$$4,25 + 4 - 6(1+1,5 \cdot 1) + 6,1,5 \cdot 1 \cdot 1,5 \cdot 1/2 = 0, \text{ О.К.}$$

II. Вътрешни усилия - гредата има два участъка



I у-к II участък



I участък, лява част, $x \in [0; L]$, \rightarrow :

$$\sum x_i = 0: N_1 - A_x = 0;$$

$$N_1 = A_x = 10 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z1} - A_z = 0;$$

$$Q_{z1} = A_z = 6 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y1} + M_A - A_z \cdot x = 0;$$

$$M_{y1} = 6x - 4,25 - \text{уравнение на права линия};$$

$$M_{y1}(x=0) = -4,25 \text{ kN.m}; M_{y2}(x=L) = 1,75 \text{ kN.m.}$$

II участък, дясна част, $x \in [0; 1,5L]$, \leftarrow :

$$\sum x_i = 0: N_2 - F_1 = 0; N_2 = F_1 = 10 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z2} + F_2 - qx = 0;$$

$$Q_{z2} = 6x - 3 - \text{уравнение на права линия};$$

$$Q_{z2}(x=0) = -3 \text{ kN}; Q_{z2}(x=1,5L) = 6 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y2} + qx \cdot x/2 - F_2 \cdot x - M = 0;$$

$$M_{y2} = -3x^2 + 3x + 4 - \text{квадратна парабола};$$

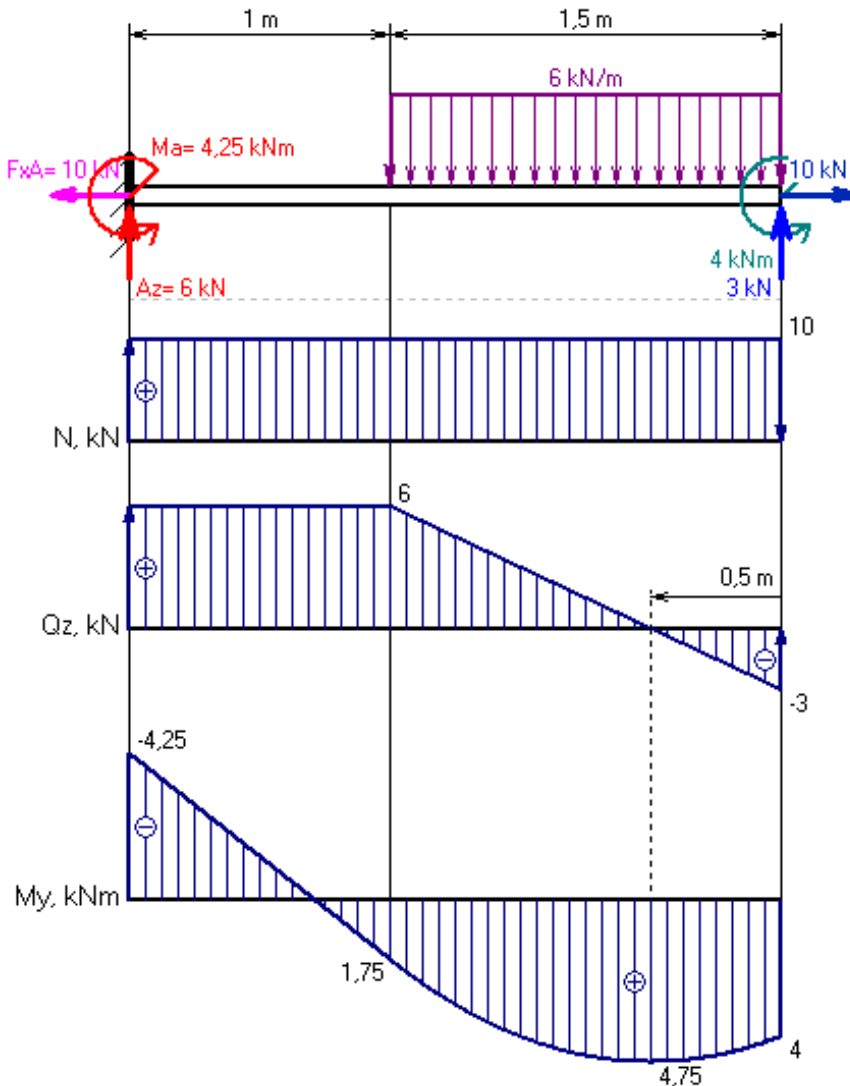
$$M_{y2}(x=0) = 4 \text{ kN.m}; M_{y2}(x=1,5L) = 1,75 \text{ kN.m.}$$

Изследване за екстремуми:

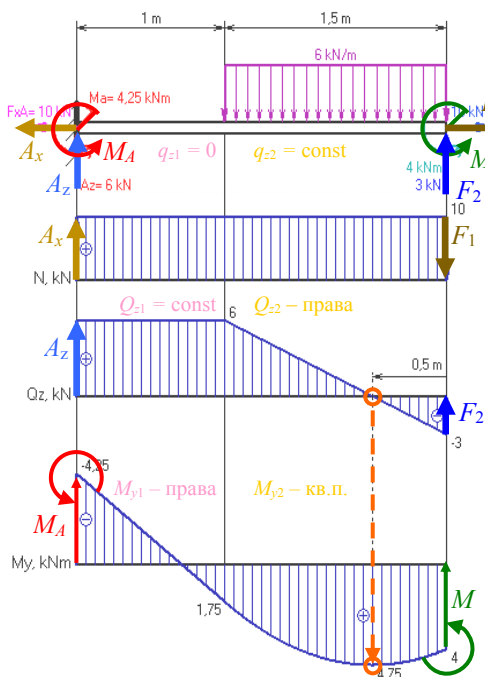
$$\frac{dM_{y2}}{dx} = Q_{z2} = 6x - 3 = 0; x_{extr} = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ m};$$

$$extr M_{y2} = M_{y2}(x = x_{extr}) = 4,75 \text{ kN.m.}$$

III. Диаграми на вътрешните усилия



IV. Проверка на диаграмите на вътрешните усилия



1. Проверка за вид на кривите

- I участък: $q=0 \Rightarrow Q_{z1} = \text{const}, M_{y1}$ – права линия \Rightarrow *вярно*;
- II участък: $q = \text{const} \Rightarrow Q_{z2}$ – права линия, M_{y2} – квадратна парабола \Rightarrow *вярно*.

2. Проверка за скокове и рогови точки

- A_x предизвиква скок в N -диаграмата с големината на $A_x \Rightarrow$ *вярно*;
- F_1 предизвиква скок в N -диаграмата с големината на $F_1 \Rightarrow$ *вярно*;
- A_z предизвиква скок в Q_z -диаграмата с големината и посоката на $A_z \Rightarrow$ *вярно*;
- F_2 предизвиква скок в Q_z -диаграмата с големината и посоката на $F_2 \Rightarrow$ *вярно*;
- M_A предизвиква скок в M_y -диаграмата с големината на $M_A \Rightarrow$ *вярно*;
- Нанася се M_A върху M_y -диаграмата от външната ѝ страна, в сечението, в което действа. Стрелката на M сочи към скока \Rightarrow *вярно*;
- M предизвиква скок в M_y -диаграмата с големината на $M \Rightarrow$ *вярно*;
- Нанася се M върху M_y -диаграмата от външната ѝ страна, в сечението, в което действа. Стрелката на M сочи към скока \Rightarrow *вярно*.

3. Проверка за екстремуми

- I участък: $Q_{z1} \neq 0$ във всички сечения. M_y е права линия и няма екстремуми;
- II участък: В сечение с координата $x = 0,5$ m се получава $Q_{z2} = 0$. В същото сечение M_y има екстремум \Rightarrow *вярно*.