

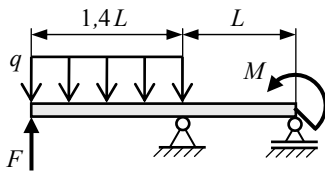
# ВЪТРЕШНИ УСИЛИЯ В РАВНИННИ ПРАВИ ГРЕДИ:

(Метод на сечението, статично определими греди)

## ГРЕДА НА ДВЕ ОПОРИ

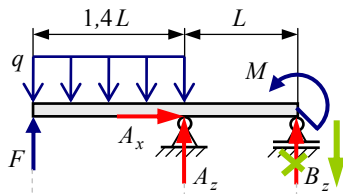
### УСЛОВИЕ:

Да се построят диаграмите на вътрешните усилия за показаната на схемата греда.  
Дадено е:  $L = 1 \text{ m}$ ;  $F = 3 \text{ kN}$ ;  $M = 1 \text{ kN.m}$ ;  $q = 5 \text{ kN/m}$ .



### РЕШЕНИЕ:

#### I. Опорни реакции



Означавам опорните реакции като  $A_x$ ,  $A_z$  и  $B_z$  (в червено).

$$\sum M_{Ai} = 0: B_z \cdot L - F \cdot 1,4L + q \cdot 1,4L \cdot 1,4L/2 + M = 0;$$

$$B_z = 3 \cdot 1,4 \cdot 1 - 5 \cdot 1,4^2 \cdot 1^2/2 - 1 = -1,7 \text{ kN.}$$

Сменям посоката на  $B_z$  (в зелено), след което

$$B_z = +1,7 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{Bi} = 0: A_z \cdot L + F \cdot (1,4L + L) - q \cdot 1,4L \cdot (1,4L/2 + L) - M = 0;$$

$$A_z = -3 \cdot 2,4 \cdot 1 + 5 \cdot 1,4 \cdot 1,7 \cdot 1^2 + 1 = 5,7 \text{ kN.}$$

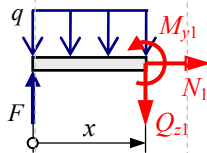
$$\sum x_i = 0: A_x = 0.$$

Проверка:

$$\sum z_i = 0: F + A_z - B_z - q \cdot 1,4L = 0;$$

$$3 + 5,7 - 1,7 - 5 \cdot 1,4 \cdot 1 = 0, \text{ О.К.}$$

#### II. Вътрешни усилия - гредата има два участъка



I участък II у-к

**I участък**, лява част,  $x \in [0; 1,4L]$ ,  $\rightarrow$ :

$$\sum x_i = 0: N_1 = 0;$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z1} + qx - F = 0;$$

$$Q_{z1} = 3 - 5x \text{ - уравнение на права линия;}$$

$$Q_{z1}(0) = 3 \text{ kN}; \quad Q_{z1}(x=1,4L=1,4 \text{ m}) = -4 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y1} + qx \cdot x/2 - F \cdot x = 0;$$

$$M_{y1} = -2,5x^2 + 3x \text{ - квадратна парабола;}$$

$$M_{y1}(0) = 0; \quad M_{y1}(x=1,4L=1,4 \text{ m}) = -0,7 \text{ kN.m.}$$

Изследване за екстремуми:

$$\frac{dM_{y1}}{dx} = Q_{z1} = 3 - 5x = 0; \quad x_{extr} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ m;}$$

$$extr M_{y1} = M_{y1}(x_{extr} = 0,6 \text{ m}) = 0,9 \text{ kN.m.}$$

**II участък**, дясна част,  $x \in [0; L]$ ,  $\leftarrow$ :

$$\sum x_i = 0: N_2 = 0.$$

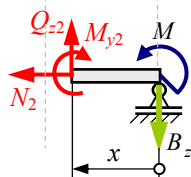
$$\sum z_i = 0: Q_{z2} - B_z = 0;$$

$$Q_{z2} = 1,7 \text{ kN} = \text{const.}$$

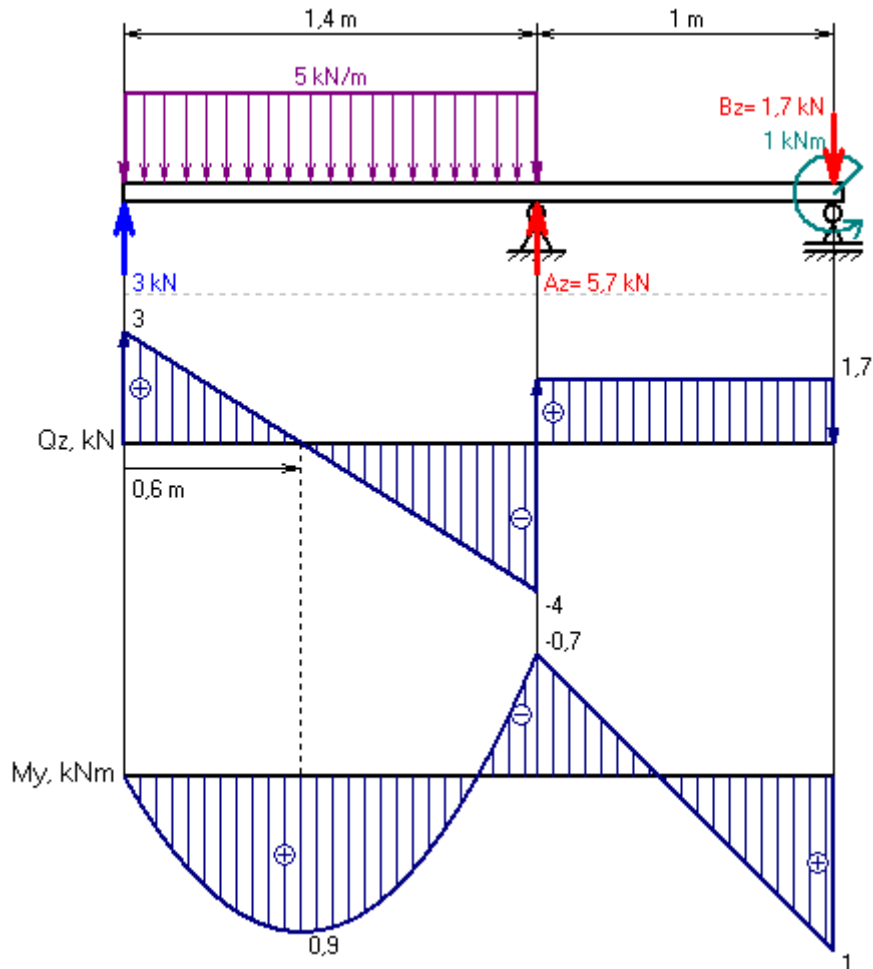
$$\sum M_{yi} = 0: M_{y2} - M + B_z \cdot x = 0;$$

$$M_{y2} = 1 - 1,7x \text{ - уравнение на права линия;}$$

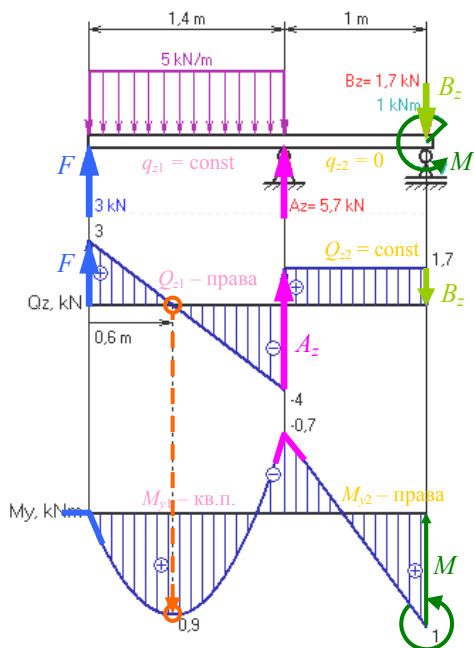
$$M_{y2}(0) = 1 \text{ kN.m}; \quad M_{y2}(x=L=1 \text{ m}) = -0,7 \text{ kN.m.}$$



### III. Диаграми на вътрешните усилия



### IV. Проверка на диаграмите на вътрешните усилия



#### 1. Проверка за вид на кривите

- I участък:  $q = \text{const} \Rightarrow Q_{z1}$  – права линия,  $M_{y1}$  – квадратна парабола  $\Rightarrow$  вярно;
- II участък:  $q = 0 \Rightarrow Q_{z2} = \text{const}$ ,  $M_{y2}$  – права линия  $\Rightarrow$  вярно.

#### 2. Проверка за скокове и рогови точки

- $F$  предизвиква скок в  $Q_z$ -диаграмата с големината и посоката на  $F \Rightarrow$  вярно;
- $F$  предизвиква рогова точка в  $M_y$ -диаграмата с посоката на  $F \Rightarrow$  вярно;
- $A_z$  предизвиква скок в  $Q_z$ -диаграмата с големината и посоката на  $A_z \Rightarrow$  вярно;
- $A_z$  предизвиква рогова точка в  $M_y$ -диаграмата с посоката на  $A_z \Rightarrow$  вярно;
- $B_z$  предизвиква скок в  $Q_z$ -диаграмата с големината и посоката на  $B_z \Rightarrow$  вярно;
- $M$  предизвиква скок в  $M_y$ -диаграмата с големината на  $M \Rightarrow$  вярно;
- Нанася се  $M$  върху  $M_y$ -диаграмата от външната ѝ страна, в сечението, в което действа. Стрелката на  $M$  сочи към скока  $\Rightarrow$  вярно.

#### 3. Проверка за екстремуми

- I участък: В сечение с координата  $x = 0,6$  m се получава  $Q_{z1} = 0$ . В същото сечение  $M_y$  има екстремум  $\Rightarrow$  вярно;
- II участък:  $Q_{z2} \neq 0$  във всички сечения.  $M_y$  е права линия и няма екстремуми.