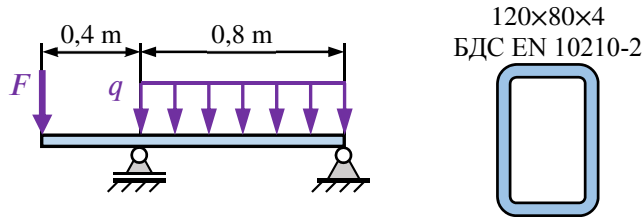


## ЗАДАЧА ЗА ЯКОСТНА ПРОВЕРКА

### УСЛОВИЕ:



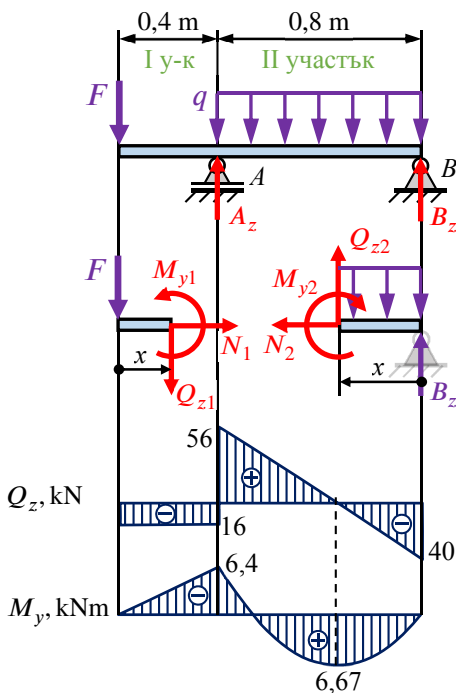
За показаните на схемата греда и напречно сечение:

1. Да се извърши якостна проверка, като се използва III якостна теория;
2. Да се начертаят диаграмите на напреженията в застрашените сечения.

Дадено е:  $F = 16 \text{ kN}$ ;  $q = 120 \text{ kN/m}$ ;  $\sigma_{\text{доп}} = 135 \text{ MPa}$ .

### РЕШЕНИЕ:

#### I. Опорни реакции и вътрешни усилия



#### 1. Опорни реакции

$$\sum M_{Ai} = 0: 0,8B_z - 0,8q \frac{0,8}{2} + 0,4F = 0;$$

$$B_z = \frac{0,8 \cdot 120 \frac{0,8}{2} - 0,4 \cdot 16}{0,8} = 40 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{Bi} = 0: 0,8A_z - 0,8q \frac{0,8}{2} - (0,4 + 0,8)F = 0;$$

$$A_z = \frac{0,8 \cdot 120 \frac{0,8}{2} + 1,2 \cdot 16}{0,8} = 72 \text{ kN.}$$

#### 2. Вътрешни усилия

**I участък**, лява част,  $x \in [0; 0,4 \text{ m}]$ ,  $\rightarrow$ :

$$\sum x_i = 0: N_1 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z1} + F = 0;$$

$$Q_{z1} = -F = -16 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y1} + Fx = 0;$$

$$M_{y1} = -Fx = -16x \text{ - права линия;}$$

$$M_{y1}(x=0) = 0; M_{y1}(x=0,4 \text{ m}) = -6,4 \text{ kNm.}$$

**II участък**, дясна част,  $x \in [0; 0,8 \text{ m}]$ ,  $\leftarrow$ :

$$\sum x_i = 0: N_2 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z2} + B_z - qx = 0;$$

$$Q_{z2} = 120x - 40 \text{ - права линия;}$$

$$Q_{z2}(x=0) = -40 \text{ kN}; Q_{z2}(x=0,8 \text{ m}) = 56 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y2} + qx \frac{x}{2} - B_z x = 0;$$

$$M_{y2} = -60x^2 + 40x \text{ - квадратна парабола;}$$

$$M_{y2}(x=0) = 0; M_{y2}(x=0,8 \text{ m}) = -6,4 \text{ kNm;}$$

$$Q_{z2} = 120x - 40 = 0; x_{extr} = 0,33 \text{ m;}$$

$$M_{y2}(x=x_{extr}=0,33 \text{ m}) = 6,67 \text{ kNm.}$$

## II. Вид съпротива

- В сечението с  $\max M_y$  само  $M_y \neq 0$ , следователно това сечение е подложено на *чисто огъване*;
- Във всички останали сечения  $Q_z \neq 0$  и  $M_y \neq 0$ , следователно те са подложени на *едновременно чисто огъване и срязване*.

## III. Якостно пресмятане с $\max \sigma_x$

### 1. Застрасени сечения.

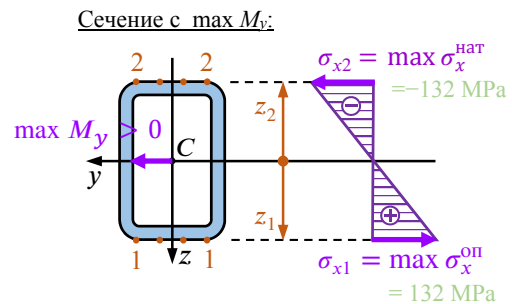
Застрасено е сечението с  $\max M_y = 6,67 \text{ kNm}$ .

2. **Застрасени точки.** Материалът е жилавопластичен,  $y$  е ос на симетрия. Застрасени са най-отдалечените точки от ос  $y$  – точки 1 и 2, с координати  $z_1 = -z_2 = h/2$ .

3. **Якостно пресмятане.** Напречното сечение е стандартен профил, използваме якостното условие със съпротивителен момент:

$$|\max \sigma_x| = \frac{|\max M_y|}{W_y} = \frac{6,67 \cdot 10^3}{50,4 \cdot 10^{-6}} = 132\,341\,270 \text{ Pa} = 132 \text{ MPa} < \sigma_{\text{доп}} = 135 \text{ MPa}.$$

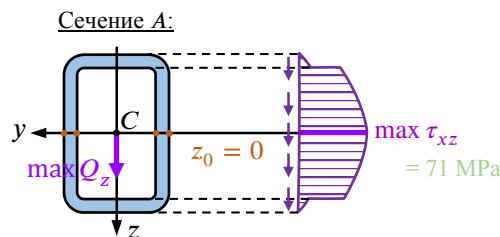
В сечението с  $\max M_y$  гредата ще издържи на натоварването.



## IV. Проверка на максималните тангенциални напрежения

1. **Застрасени сечения.** Застрасено е сечение A, с  $\max Q_z = 56 \text{ kN}$ .

2. **Застрасени точки.** Застрасени са точките, лежащи на оста  $y$ , с координати  $z_0 = 0$ .



3. **Статичен момент  $S_y(z_0)$ .** От таблицата за профил  $120 \times 80 \times 4$ :  $S_y(z_0) = 30,64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

4. **Ширина на сечението по ос  $y$ .** За профил  $120 \times 80 \times 4$ :  $b(z_0) = 2t^{\text{табл}} = 2 \cdot 0,004 \text{ m}$ .

5. **Допустимо тангенциално напрежение.**  $\tau_{\text{доп}}^{\text{III}} = 0,5 \sigma_{\text{доп}} = 0,5 \cdot 135 = 67,5 \text{ MPa}$ .

6. **Якостна проверка  $\max \tau_{xz} \leq \tau_{\text{доп}}$ :**

$$|\max \tau_{xz}| = \frac{|\max Q_z| \cdot |S_y(z_0)|}{b(z_0) \cdot I_y} = \frac{56 \cdot 10^3 \cdot 30,64 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,004 \cdot 303 \cdot 10^{-8}} = 70\,785\,179 \text{ Pa} = 70,79 \text{ MPa};$$

$$|\max \tau_{xz}| = 70,79 \text{ MPa} > \tau_{\text{доп}}^{\text{III}} = 67,5 \text{ MPa}!$$

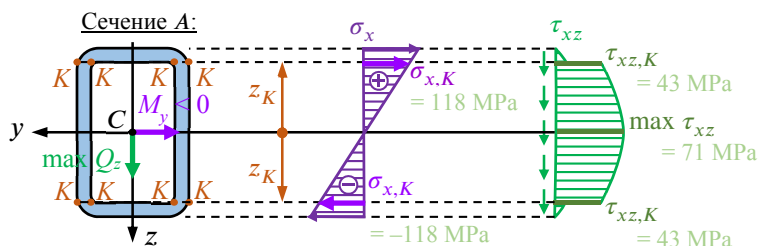
$$\Delta \tau = \frac{|\max \tau_{xz}| - \tau_{\text{доп}}}{\tau_{\text{доп}}} 100\% = \frac{70,79 - 67,5}{67,5} 100 = 4,87\% < 5\%;$$

В сечение A гредата ще издържи на  $\max Q_z$ .

## V. Проверка на еквивалентните напрежения

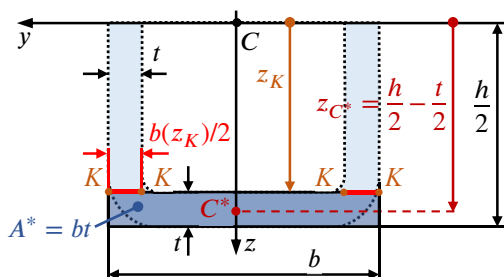
1. **Застрашени сечения.** Застрашено е сечение A, с  $\max Q_z = 56 \text{ kN}$  и  $M_y = -6,4 \text{ kNm}$ .
2. **Застрашени точки.** Застрашени са точките от преходите в ширината на сечението, в по-тънката част. Означавам ги като K-K, с координати:

$$|z_K| = \frac{h}{2} - t = \frac{0,120}{2} - 0,004 = 0,056 \text{ m.}$$



3. **Статичен момент  $S_y(z_K)$ .**

$$S_y(z_K) = A^* z_{C^*} = bt \left( \frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = 0,08 \cdot 0,004 \left( \frac{0,120}{2} - \frac{0,004}{2} \right) = 18,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$



4. **Ширина на сечението по точки K-K.**  $b(z_K) = 2t = 2 \cdot 0,004 \text{ m}$ .

5. **Тангенциални напрежения в точки K-K.**

$$|\tau_{xz,K}| = \frac{|Q_z| \cdot |S_y(z_K)|}{b(z_K) \cdot I_y} = \frac{56 \cdot 10^3 \cdot 18,56 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,004 \cdot 303 \cdot 10^{-8}} = 42\,877\,888 \text{ Pa} = 42,88 \text{ MPa.}$$

6. **Нормални напрежения в точки K-K.**

$$|\sigma_{x,K}| = \frac{|M_y|}{I_y} |z_K| = \frac{6,4 \cdot 10^3}{303 \cdot 10^{-8}} \cdot 0,056 = 118\,283\,828 \text{ Pa} = 118,28 \text{ MPa.}$$

7. **Якостна проверка  $\sigma_{\text{екв},K}^{\text{III}} \leq \sigma_{\text{доп}}$ :**

$$\sigma_{\text{екв},K}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma_{x,K}^2 + 4\tau_{xz,K}^2} = \sqrt{118,28^2 + 4 \cdot 42,88^2} = 146,1 \text{ MPa} > \sigma_{\text{доп}} = 135 \text{ MPa!}$$

$$\Delta\sigma_{\text{екв}}^{\text{III}} = \frac{\sigma_{\text{екв},K}^{\text{III}} - \sigma_{\text{доп}}}{\sigma_{\text{доп}}} 100\% = \frac{146,1 - 135}{135} 100 = 8,22\% > 5\%$$

Гредата няма да издържи на натоварването.

## VI. Диаграми на напреженията в застрашените сечения

Диаграмите на напреженията са построени в точки III и V.

Пресметнатите характерни стойности на напреженията са означени върху съответните диаграми в бледо зелено.