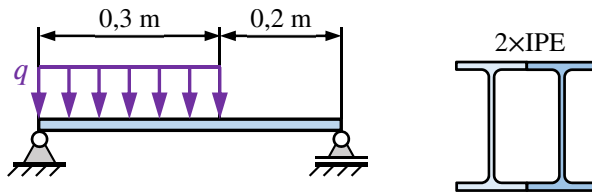


ЕДНОВРЕМЕННО ЧИСТО ОГЪВАНЕ И СРЯЗВАНЕ:

ЗАДАЧА ЗА ЯКОСТНО ОРАЗМЕРЯВАНЕ

УСЛОВИЕ:

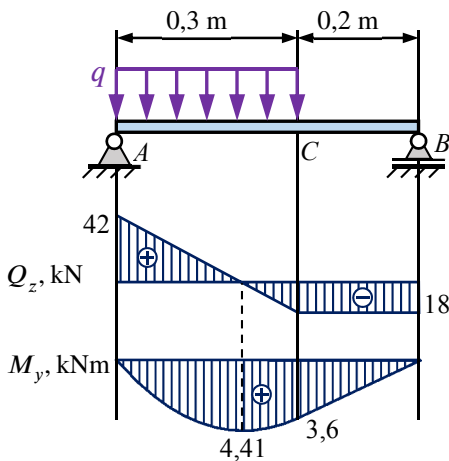


За показаните на схемата греда и напречно сечение:

1. Да се извърши якостно оразмеряване (№ профил = ?), като се използва IV якостна теория;
2. Да се начертаят диаграмите на напреженията в застрашените сечения.

Дадено е: $q = 200 \text{ kN/m}$; $\sigma_{\text{доп}} = 120 \text{ MPa}$.

РЕШЕНИЕ:



I. Опорни реакции и вътрешни усилия

Гредата е таблична – случай № 9, стр. 35.

$$Q_z(A) = \frac{qa}{2L} (2L - a) = \frac{200 \cdot 0,3}{2 \cdot 0,5} (2 \cdot 0,5 - 0,3) = 42 \text{ kN};$$

$$Q_z(B) = -\frac{qa^2}{2L} = -\frac{200 \cdot 0,3^2}{2 \cdot 0,5} = -18 \text{ kN};$$

$$\max M_y = \frac{qa^2(2L-a)^2}{8L^2} = \frac{200 \cdot 0,3^2(2 \cdot 0,5 - 0,3)^2}{8 \cdot 0,5^2} = 4,41 \text{ kNm};$$

$$M_y(C) = \frac{qa^2b}{2L} = \frac{200 \cdot 0,3^2 \cdot 0,2}{2 \cdot 0,5} = 3,6 \text{ kNm}.$$

II. Вид съпротива

- В сечението с $\max M_y$ само $M_y \neq 0$, следователно това сечение е подложено на *чисто огъване*;
- Във всички останали сечения $Q_z \neq 0$ и $M_y \neq 0$, следователно те са подложени на *едновременно чисто огъване и срязване*.

III. Якостно пресмятане с $\max \sigma_x$

Оразмерява се както при чисто огъване.

1. Застрашени сечения.

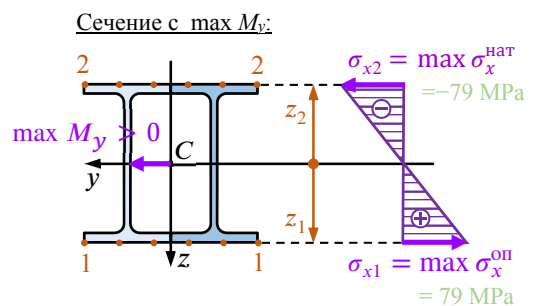
Застрашено е сечението с $\max M_y = 4,41 \text{ kNm}$.

2. **Застрашени точки.** Материалът е жилаво-пластичен, y е ос на симетрия. Застрашени са най-отдалечените точки от ос y – точки 1 и 2, с координати $z_1 = -z_2 = h/2$.

3. **Якостно пресмятане.** Напречното сечение е съставено от два стандартни профила, използваме якостното условие със съпротивителен момент:

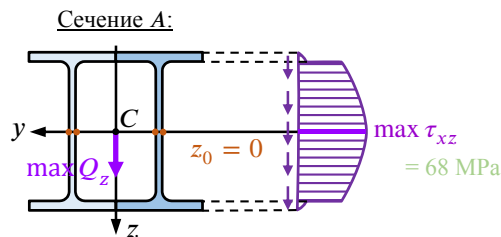
$$|\max \sigma_x| = \frac{|\max M_y|}{W_y} = \frac{|\max M_y|}{2W_y^{\text{табл}}} \leq \sigma_{\text{доп}}; \quad W_y^{\text{табл}} \geq \frac{|\max M_y|}{2\sigma_{\text{доп}}} = \frac{4,41 \cdot 10^3}{2 \cdot 120 \cdot 10^6} = 18,375 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Избирам профил IPE 80 с $W_y = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$.



IV. Проверка на максималните тангенциални напрежения

1. **Застрашени сечения.** Застрашено е сечение A, с $\max Q_z = 42 \text{ kN}$.
2. **Застрашени точки.** Застрашени са точките, лежащи на оста y , с координати $z_0 = 0$.



3. **Статичен момент $S_y(z_0)$.** От таблицата за два IPE 80: $S_y(z_0) = 2S_y^{\text{табл}}(0) = 2 \cdot 11,61 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$.
4. **Ширина на сечението по ос y .** За два IPE 80: $b(z_0) = 2d^{\text{табл}} = 2 \cdot 0,0038 \text{ m}$.
5. **Допустимо тангенциално напрежение.** $\tau_{\text{доп}}^{\text{IV}} = 0,577\sigma_{\text{доп}} = 0,577 \cdot 120 = 69,24 \text{ MPa}$.
6. **Якостна проверка $\max \tau_{xz} \leq \tau_{\text{доп}}$:**

$$|\max \tau_{xz}| = \frac{|\max Q_z| \cdot |S_y(z_0)|}{b(z_0) \cdot I_y} = \frac{42 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 11,61 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,0038 \cdot 2 \cdot 80,1 \cdot 10^{-8}} = 80\,100\,532 \text{ Pa} = 80,1 \text{ MPa}.$$

$$|\max \tau_{xz}| = 80,1 \text{ MPa} > \tau_{\text{доп}}^{\text{IV}} = 69,24 \text{ MPa!}$$

Профил IPE 80 няма да издържи! Избирам профил IPE 100 AA с:

$$W_y = 27,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3; S_y(0) = 15,95 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3; b(z_0) = d^{\text{табл}} = 0,0036 \text{ m}; I_y = 136 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

$$|\max \tau_{xz}| = \frac{|\max Q_z| \cdot |S_y(z_0)|}{b(z_0) \cdot I_y} = \frac{42 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 15,95 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,0036 \cdot 2 \cdot 136 \cdot 10^{-8}} = 68\,412\,990 \text{ Pa} = 68,41 \text{ MPa} < \tau_{\text{доп}}^{\text{IV}}.$$

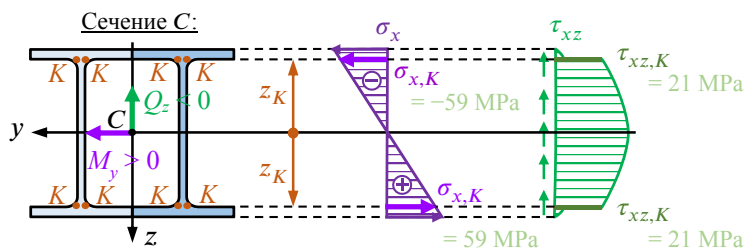
Профил IPE 100 AA издържа проверката за $\max \tau_{xz}$.

V. Проверка на еквивалентните напрежения

1. **Застрашени сечения.** Застрашено е сечение C, с $Q_z = -18 \text{ kN}$ и $M_y = 3,6 \text{ kNm}$.

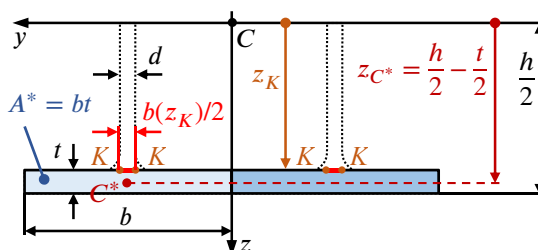
2. **Застрашени точки.** Застрашени са точките от преходите в ширината на сечението, в по-тънката част. Означавам ги като K-K, с координати:

$$|z_K| = \frac{h}{2} - t = \frac{0,0976}{2} - 0,0045 = 0,0443 \text{ m.}$$



3. **Статичен момент $S_y(z_K)$.**

$$S_y(z_K) = 2 A^* z_{C^*} = 2 \cdot bt \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = 2 \cdot 0,055 \cdot 0,0045 \left(\frac{0,0976}{2} - \frac{0,0045}{2} \right) = 2 \cdot 11,52 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$



4. **Ширина на сечението по точки K-K.** За два IPE 100 AA: $b(z_K) = 2d^{\text{табл}} = 2 \cdot 0,0036 \text{ m}$.

5. **Тангенциални напрежения в точки K-K.**

$$|\tau_{xz,K}| = \frac{|Q_z| \cdot |S_y(z_K)|}{b(z_K) \cdot I_y} = \frac{18 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 11,52 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,0036 \cdot 2 \cdot 136 \cdot 10^{-8}} = 21\,176\,471 \text{ Pa} = 21,18 \text{ MPa.}$$

6. **Нормални напрежения в точки K-K.**

$$|\sigma_{x,K}| = \frac{|M_y|}{I_y} |z_K| = \frac{3,6 \cdot 10^3}{2 \cdot 136 \cdot 10^{-8}} \cdot 0,0443 = 58\,632\,353 \text{ Pa} = 58,63 \text{ MPa.}$$

7. **Якостна проверка $\sigma_{\text{екв},K}^{\text{IV}} \leq \sigma_{\text{доп}}$:**

$$\sigma_{\text{екв},K}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma_{x,K}^2 + 3\tau_{xz,K}^2} = \sqrt{58,63^2 + 3 \cdot 21,18^2} = 69,16 \text{ MPa} < \sigma_{\text{доп}} = 120 \text{ MPa.}$$

Профил IPE 100 AA издържа на натоварването.

VI. Диаграми на напреженията в застрашените сечения

Диаграмите на напреженията са построени в точки III, IV и V.

Действителните максимални нормални напрежения за профил IPE 100 AA са:

$$|\max \sigma_x| = \frac{|\max M_y|}{W_y} = \frac{|\max M_y|}{2W_y^{\text{табл}}} = \frac{4,41 \cdot 10^3}{2 \cdot 27,9 \cdot 10^{-6}} = 79\,032\,258 \text{ Pa} = 79,03 \text{ MPa.}$$

Пресметнатите характерни стойности на напреженията са означени върху съответните диаграми в бледо зелено.