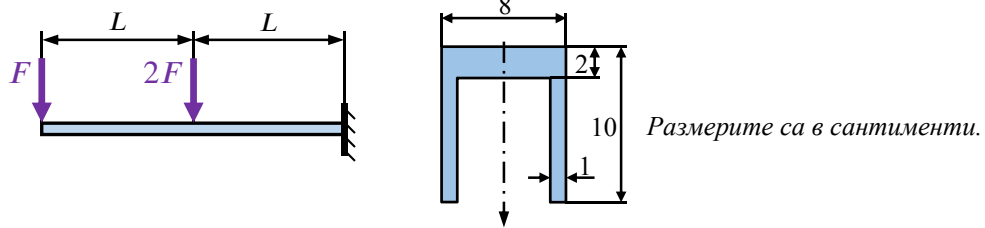


ЕДНОВРЕМЕННО ЧИСТО ОГЪВАНЕ И СРЯЗВАНЕ:

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ДОПУСТИМОТО НАТОВАРВАНЕ

УСЛОВИЕ:



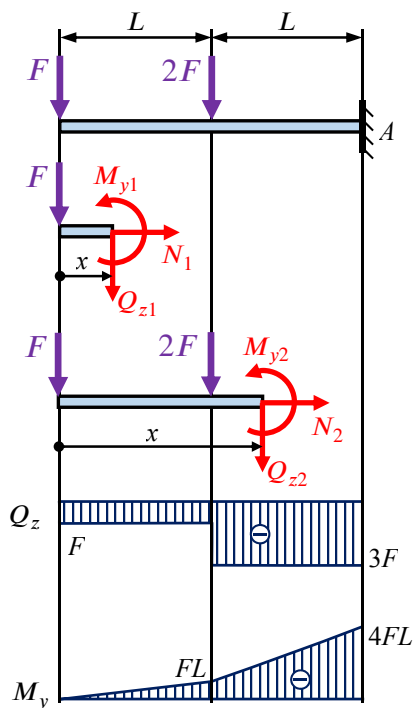
За показаните на схемата греди и напречно сечение:

1. Да се определи допустимото натоварване ($F = ?$), като се използва III якостна теория;
2. Да се начертаят диаграмите на напреженията в застрашените сечения.

Дадено е: $L = 0,5 \text{ m}$; $\sigma_{\text{доп}} = 140 \text{ MPa}$.

РЕШЕНИЕ:

I. Опорни реакции и вътрешни усилия



1. Опорни реакции

Не са нужни за решението.

2. Вътрешни усилия

I участък, лява част, $x \in [0; L]$, \rightarrow :

$$\sum x_i = 0: N_1 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z1} + F = 0;$$

$$Q_{z1} = -F = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y1} + Fx = 0;$$

$$M_{y1} = -Fx - \text{права линия};$$

$$M_{y1}(x=0) = 0; M_{y1}(x=L) = -FL.$$

II участък, лява част, $x \in [L; 2L]$, \rightarrow :

$$\sum x_i = 0: N_2 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z2} + F + 2F = 0;$$

$$Q_{z2} = -3F = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y2} + Fx + 2F(x - L) = 0;$$

$$M_{y2} = -3Fx + 2FL - \text{права линия};$$

$$M_{y2}(x=L) = -FL; M_{y2}(x=2L) = -4FL.$$

II. Вид съпротива

Във всички сечения $Q_z \neq 0$ и $M_y \neq 0$, следователно гредата е подложена на *едновременно чисто огъване и срязване*.

III. Якостно пресмятане с $\max \sigma_x$

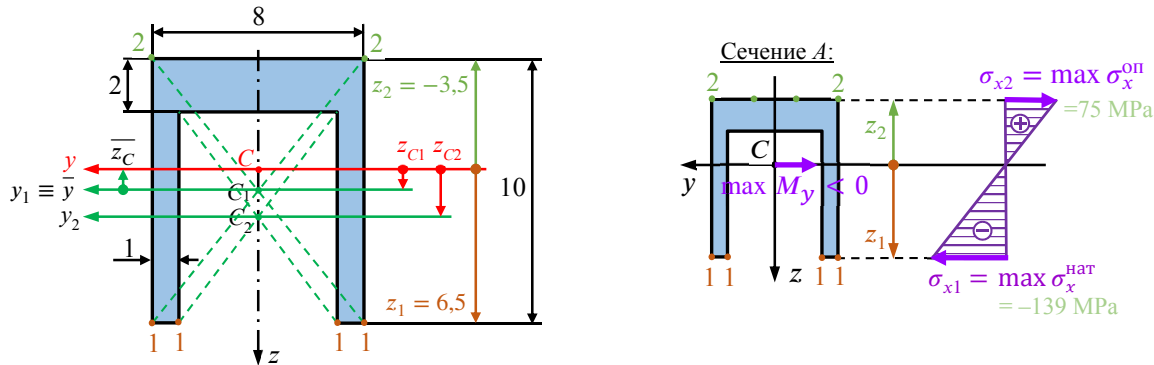
1. Застрашени сечения.

Застрашено е сечение A, с $\max M_y = -4FL$.

2. **Застрашени точки.** Материалът е жилаво-пластичен, у не е ос на симетрия. Застрашени са най-отдалечените точки от ос y – точки 1.

$$\text{Положение на центъра на тежест: } \bar{z}_C = \frac{\bar{z}_{C1}A_1 - \bar{z}_{C2}A_2}{A_1 - A_2} = \frac{-1 \cdot 6 \cdot 8}{8 \cdot 10 - 6 \cdot 8} = -1,5 \text{ cm} = -0,015 \text{ m.}$$

$$\text{Координати на застрашените точки: } z_1 = \frac{h_1}{2} + |\bar{z}_C| = \frac{10}{2} + 1,5 = 6,5 \text{ cm} = 0,065 \text{ m.}$$



3. **Якостно пресмятане.** Напречното сечение не е стандартен профил, използваме якостното условие с инерционен момент:

$$|\max \sigma_x| = \left| \frac{\max M_y}{I_y} z_{\max} \right| \leq \sigma_{\text{доп}};$$

$$I_y = \frac{b_1 h_1^3}{12} + z_{C1}^2 A_1 - \left(\frac{b_2 h_2^3}{12} + z_{C2}^2 A_2 \right);$$

$$z_{C1} = -\bar{z}_C = 1,5 \text{ cm}; \quad z_{C2} = z_1 - \frac{h_2}{2} = 6,5 - \frac{8}{2} = 2,5 \text{ cm};$$

$$I_y = \frac{8 \cdot 10^3}{12} + 1,5^2 \cdot 8 \cdot 10 - \left(\frac{6 \cdot 8^3}{12} + 2,5^2 \cdot 6 \cdot 8 \right) = 290,67 \text{ cm}^4 = 290,67 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

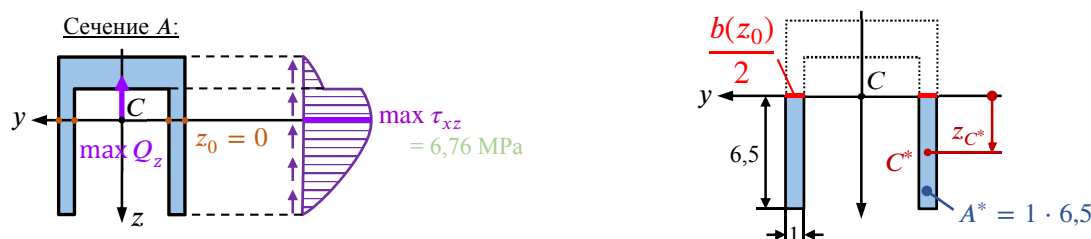
$$\frac{4FL}{290,67 \cdot 10^{-8}} 0,065 \leq 140 \cdot 10^6; \quad F \leq \frac{140 \cdot 10^6 \cdot 290,67 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 0,5 \cdot 0,065} = 3130,29 \text{ N.}$$

Приемам $F = 3100 \text{ N}$.

IV. Проверка на максималните тангенциални напрежения

1. **Застрашени сечения.** Застрашено е сечение А, с $\max Q_z = -3F$.

2. **Застрашени точки.** Застрашени са точките, лежащи на оста y , с координати $z_0 = 0$.



3. **Статичен момент $S_y(z_0)$.** $S_y(z_0) = 2A^*z_C^* = 2 \cdot 1 \cdot 6,5 \frac{6,5}{2} = 42,25 \text{ cm}^3 = 42,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$.

4. **Дебелина на сечението по ос y .** $b(z_0) = 2 \cdot 1 = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$.

5. **Допустимо тангенциално напрежение.** $\tau_{\text{доп}}^{\text{III}} = 0,5\sigma_{\text{доп}} = 0,5 \cdot 140 = 70 \text{ MPa}$.

6. **Якостна проверка $\max \tau_{xz} \leq \tau_{\text{доп}}$:**

$$|\max \tau_{xz}| = \frac{|\max Q_z| \cdot |S_y(z_0)|}{b(z_0) \cdot I_y} = \frac{3 \cdot 3100 \cdot 42,25 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,01 \cdot 290,67 \cdot 10^{-8}} = 6758953 \text{ Pa} = 6,76 \text{ MPa} < \tau_{\text{доп}}^{\text{III}} = 70 \text{ MPa.}$$

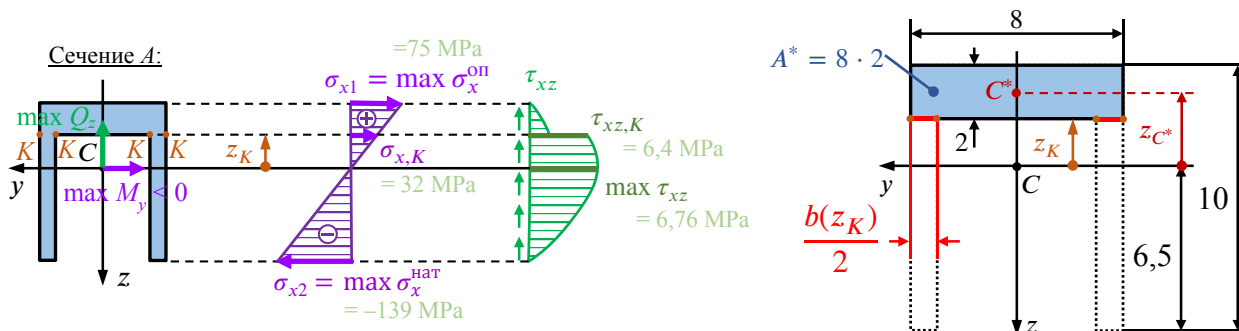
С избраната стойност на F гредата издържа проверката.

V. Проверка на еквивалентните напрежения

1. **Застрашени сечения.** Застрашено е сечение A, с $\max Q_z = -3F$ и $M_y = -4FL$.

2. **Застрашени точки.** Застрашени са точките от преходите в ширината, в тънката част. Означавам ги като $K-K$, с координати:

$$z_K = -(h_1 - z_1 - 2) = -(10 - 6,5 - 2) = -1,5 \text{ cm} = -0,015 \text{ m}.$$



3. **Статичен момент $S_y(z_K)$.**

$$|S_y(z_K)| = A^* |z_{C^*}| = 8 \cdot 2 \left(10 - 6,5 - \frac{2}{2} \right) = 40 \text{ cm}^3 = 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

4. **Дебелина на сечението по точки $K-K$.** $b(z_K) = 2 \cdot 1 = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$.

5. **Тангенциални напрежения в точки $K-K$.**

$$|\tau_{xz,K}| = \frac{|Q_z| \cdot |S_y(z_K)|}{b(z_K) \cdot I_y} = \frac{3 \cdot 3100 \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,01 \cdot 290,67 \cdot 10^{-8}} = 6399009 \text{ Pa} = 6,4 \text{ MPa}.$$

6. **Нормални напрежения в точки $K-K$.**

$$\sigma_{x,K} = \frac{M_y}{I_y} z_K = \frac{-4 \cdot 3100 \cdot 0,5}{290,67 \cdot 10^{-8}} (-0,015) = 31995046 \text{ Pa} = 32 \text{ MPa}.$$

7. **Якостна проверка $\sigma_{\text{екв},K}^{\text{III}} \leq \sigma_{\text{доп}}$:**

$$\sigma_{\text{екв},K}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma_{x,K}^2 + 4\tau_{xz,K}^2} = \sqrt{32^2 + 4 \cdot 6,4^2} = 34,47 \text{ MPa} < \sigma_{\text{доп}} = 140 \text{ MPa}.$$

С избраната стойност на F гредата издържа проверката.

VI. Диаграми на напреженията в застрашените сечения

Диаграмите на напреженията са построени в точка V.

Характерни стойности на нормалните напрежения:

$$\sigma_{x1} = \max \sigma_x^{\text{нат}} = \frac{\max M_y}{I_y} z_1 = \frac{-4 \cdot 3100 \cdot 0,5}{290,67 \cdot 10^{-8}} 0,065 = -138645199 \text{ Pa} = -138,65 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x2} = \max \sigma_x^{\text{оп}} = \frac{\max M_y}{I_y} z_2 = \frac{-4 \cdot 3100 \cdot 0,5}{290,67 \cdot 10^{-8}} (-0,035) = 74655107 \text{ Pa} = 74,66 \text{ MPa};$$

Пресметнатите характерни стойности на напреженията са означени върху съответните диаграми в бледо зелено.