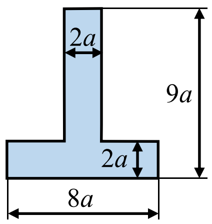
ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ГЛАВНИ ИНЕРЦИОННИ ОСИ И МОМЕНТИ НА СЛОЖНИ ФИГУРИ:

СЛОЖНА ФИГУРА С ЕДНА ОС НА СИМЕТРИЯ, СЪСТАВЕНА ОТ ДВА ПРАВОЪГЪЛНИКА



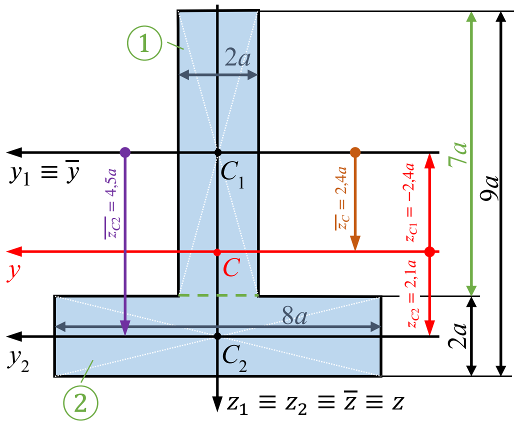
УСЛОВИЕ:

Да се определи положението на главните инерционни оси и да се пресметнат стойностите на главните инерционни моменти.

РЕШЕНИЕ:

1. Сложната фигура се разделя на прости фигури

- Правоъгълник 1: $b_1 \times h_1 = 2a \times 7a$;
- Правоъгълник 2: $b_2 \times h_2 = 8a \times 2a$.



2. Поставят се центровете на тежест на простите фигури 1 и 2 и се означават като C_1 и C_2. Построяват се техните централни координатни системи $C_1y_1z_1$ и $C_2y_2z_2$.

3. Спомагателна координатна система – избираме $C_1y_1z_1 \equiv \overline{Cyz}$. Спрямо $\overline{Cyz}$:

$$\overline{y_{C1}} = 0;\ \overline{z_{C1}} = 0;$$

$$\overline{y_{C2}} = 0;\ \overline{z_{C2}} = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} = \frac{7a}{2} + \frac{2a}{2} = 4{,}5a.$$

4. Положение на центъра на тежест на сложната фигура. Фигурата има една ос на симетрия ($z_1 \equiv z_2 \equiv \overline{z} \equiv z$). Тя е първата главна инерционна ос. Центърът на тежест C лежи върху тази ос:

$$\overline{y_C} = \frac{\overbrace{\overline{y_{C1}}}^{=0} A_1 + \overbrace{\overline{y_{C2}}}^{=0} A_2}{A_1 + A_2} = 0;$$

$$\overline{z_C} = \frac{\overbrace{\overline{z_{C1}}}^{=0}\ A_1 + \overline{z_{C2}} A_2}{A_1 + A_2} = \frac{4{,}5a \cdot 8a \cdot 2a}{2a \cdot 7a + 8a \cdot 2a} = \frac{72a^3}{30a^2} = 2{,}4a.$$

5. Построява се координатната система *Cyz* (ос y, перпендикулярна на ос z, през точка C)

- Координати на центровете на тежест на простите фигури спрямо Cyz (означени в червено):

$$1:\ y_{C1} = 0;\quad z_{C1} = -\overline{z_C} = -2{,}4a;$$

$$2:\ y_{C2} = 0;\quad z_{C2} = \overline{z_{C2}} - |\overline{z_C}| = 4{,}5a - 2{,}4a = 2{,}1a.$$

6. Инерционни моменти на простите фигури спрямо *Cyz* – теорема на Щайнер:

$$I_y^{1} = I_{y1} + z_{C1}^2 A_1 \qquad I_{y1} = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{2a(7a)^3}{12} = 57{,}17a^4;\quad I_{z1} = \frac{b_1^3 h_1}{12} = \frac{(2a)^3 7a}{12} = 4{,}67a^4;$$

$$I_y^{2} = I_{y2} + z_{C2}^2 A_2 \qquad A_1 = b_1 h_1 = 2a \cdot 7a = 14a^2;$$

$$I_z^{1} = I_{z1} + \overbrace{y_{C1}^2}^{=0} A_1 \qquad I_{y2} = \frac{b_2 h_2^3}{12} = \frac{8a(2a)^3}{12} = 5{,}33a^4;\quad I_{z2} = \frac{b_2^3 h_2}{12} = \frac{(8a)^3 2a}{12} = 85{,}33a^4;$$

$$I_z^{2} = I_{z2} + \overbrace{y_{C2}^2}^{=0} A_2 \qquad A_2 = b_2 h_2 = 8a \cdot 2a = 16a^2.$$

$$I_y^{①} = 57{,}17a^4 + (-2{,}4a)^2 14a^2 = 137{,}81a^4;$$
$$I_y^{②} = 5{,}33a^4 + (2{,}1a)^2 16a^2 = 75{,}89a^4;$$
$$I_z^{①} = I_{z1} = 4{,}67a^4;$$
$$I_z^{②} = I_{z2} = 85{,}33a^4.$$

7. Инерционни моменти I_y и I_z на сложната фигура

$$I_y = I_y^{①} + I_y^{②} = 137{,}81a^4 + 75{,}89a^4 = 213{,}7a^4;$$
$$I_z = I_z^{①} + I_z^{②} = 4{,}67a^4 + 85{,}33a^4 = 90a^4.$$

Тъй като z е ос на симетрия а y е перпендикуляра на нея ос, y и z са главни инерционни оси, I_y и I_z са главни инерционни моменти, $I_{yz} = 0$, задачата е решена.