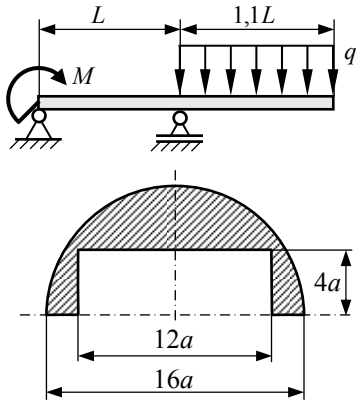


ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА ПРАВА ГРЕДА

УСЛОВИЕ:



За показаните на схемата гредата и напречно сечение:

1. Да се построят диаграмите на вътрешните усилия;
2. Да се оразмери гредата, като влиянието на Q_z се пренебрегне;
3. Да се начертаят диаграмите на напреженията в застрашените сечения.

Дадено е: $F = 35 \text{ kN}$; $q = 59 \text{ kN/m}$; $L = 1 \text{ m}$; $\sigma_{\text{дон}} = 150 \text{ MPa}$.

РЕШЕНИЕ:

I. Опорни реакции

$$\sum x_i = 0: A_x = 0;$$

$$\sum M_{Ai} = 0: B_z L - q \cdot 1,1L(L + 1,1L/2) - M = 0;$$

$$B_z = 59 \cdot 1,1(1 + 1,1/2) + 35 = 135,595 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{Bi} = 0: A_z L - q \cdot 1,1L \cdot 1,1L/2 - M = 0;$$

$$A_z = 59 \cdot 1,1 \cdot 1,1/2 + 35 = 70,695 \text{ kN.}$$

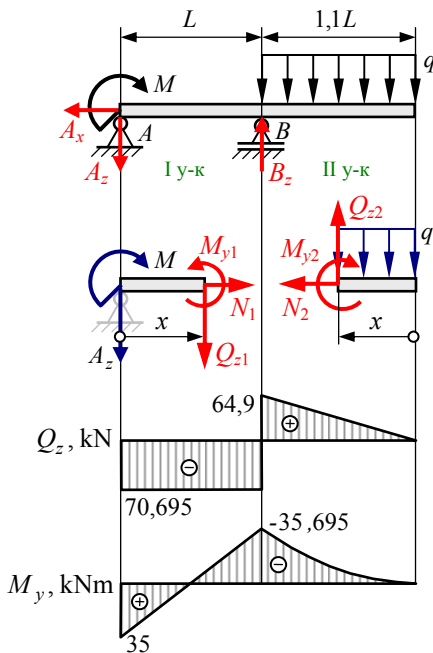
(виж схемата по-долу)

Проверка:

$$\sum z_i = 0: A_z - B_z + q \cdot 1,1L = 0;$$

$$70,695 - 135,595 + 59 \cdot 1,1 = 0; \text{вярно.}$$

II. Вътрешни усилия - гредата има два участъка



I участък, лява част, $x \in [0; L]$, \rightarrow :

$$\sum x_i = 0: N_1 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z1} + A_z = 0;$$

$$Q_{z1} = -A_z = -70,695 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y1} + A_z \cdot x - M = 0;$$

$$M_{y1} = -70,695 \cdot x + 35 - \text{уравнение на права линия};$$

$$M_{y1}(x=0) = 35 \text{ kNm}; M_{y1}(x=L=1\text{m}) = -35,695 \text{ kNm.}$$

II участък, дясна част, $x \in [0; 1,1L]$, \leftarrow :

$$\sum x_i = 0: N_2 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: Q_{z2} - q \cdot x = 0;$$

$$Q_{z2} = 59x - \text{уравнение на права линия};$$

$$Q_{z2}(x=0) = 0; Q_{z2}(x=1,1L=1,1\text{m}) = 64,9 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: M_{y2} + q \cdot x \cdot x/2 = 0;$$

$$M_{y2} = -59 \cdot x^2/2 - \text{уравнение на квадратна парабола};$$

$$M_{y2}(x=0) = 0; M_{y2}(x=1,1L=1,1\text{m}) = -35,695 \text{ kNm};$$

$$dM_{y2}/dx = Q_{z2} = 59x; x_{\text{extr}} = 0; M_{y2}(x_{\text{extr}}=0) = 0.$$

III. Вид съпротива

Тъй като Q_z се пренебрегва по условие, само $M_y \neq 0$. Гредата е подложена на *чисто огъване*.

IV. Застрасени сечения

Материалът е жилаво-пластичен (едно $\sigma_{дон}$). Застрасено е сечение B , с $\max M_y = -35,695 \text{ kNm}$.

V. Застрасени точки в застрасените сечения

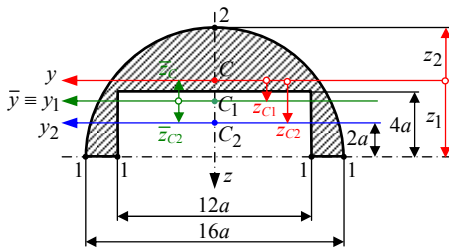
При чисто огъване около ос y и жилаво-пластичен материал, застрасени са най-отдалечените от ос y точки. Означавам ги с 1-1.

VI. Якостно измеряване

$$|\max \sigma_x| = \left| \frac{\max M_y}{I_y} z_{\max} \right| \leq \sigma_{дон}; \quad \left| \frac{-35695}{206,38a^4} 4,675a \right| \leq 150 \cdot 10^6; \quad a \geq \sqrt[3]{\frac{35695 \cdot 4,675}{206,38 \cdot 150 \cdot 10^6}} = 0,0175338 \text{ m}.$$

Приемам $a = 0,018 \text{ m} = 18 \text{ mm}$.

Геометрични характеристики, използвани при якостното пресмятане:



Проста фигура 1 – полукръг с радиус $R = 8a$;

проста фигура 2 – правоъгълна празнина $12a \times 4a$;

$$A_1 = \pi R^2/2 = 3,14(8a)^2/2 = 100,48a^2;$$

$$A_2 = b \cdot h = 12a \cdot 4a = 48a^2;$$

$$\bar{y} \equiv y_1; \quad \bar{z}_{C1} = 0; \quad \bar{z}_{C2} = \frac{4}{3\pi} R - 2a = \frac{4}{3 \cdot 3,14} 8a - 2a = 1,397a;$$

$\bar{y}_C = 0$, тъй като ос z е ос на симетрия;

$$\bar{z}_C = \frac{\bar{z}_{C1} A_1 - \bar{z}_{C2} A_2}{A_1 - A_2} = \frac{0 - 1,397a \cdot 48a^2}{100,48a^2 - 48a^2} = -1,278a;$$

$$z_{C1} = -\bar{z}_{C1} = 1,278a; \quad z_{C2} = z_{C1} + |\bar{z}_{C2}| = 1,278a + 1,397a = 2,675a;$$

$$I_y^{(1)} = I_{y1} + z_{C1}^2 A_1 = 0,1098(8a)^4 + (1,278a)^2 100,48a^2 = 613,85a^4;$$

$$I_y^{(2)} = I_{y2} + z_{C2}^2 A_2 = \frac{12a(4a)^3}{12} + (2,675a)^2 48a^2 = 407,47a^4;$$

$$I_y = I_y^{(1)} - I_y^{(2)} = 613,85a^4 - 407,47a^4 = 206,38a^4;$$

$$z_1 = z_{C2} + 2a = 2,675a + 2a = 4,675a;$$

$$z_2 = -(8a - z_1) = -(8a - 4,675a) = -3,325a;$$

$$z_{\max} = z_1 = 4,675a.$$

VII. Диаграми на напреженията в застрасените сечения - сечение B

Действителни стойности на напреженията:

$$\text{Точки 1-1: } \sigma_{x1} = \frac{\max M_y}{I_y} z_1 = \frac{-35695}{206,38 \cdot 0,018^4} 4,675 \cdot 0,018 = -138644893 \text{ Pa} = -138,64 \text{ MPa} = \max \sigma_x^{нам}.$$

$$\text{Точка 2: } \sigma_{x1} = \frac{\max M_y}{I_y} z_2 = \frac{-35695}{206,38 \cdot 0,018^4} (-3,325 \cdot 0,018) = 98608400 \text{ Pa} = 98,61 \text{ MPa} = \max \sigma_x^{он}.$$

Сечение B:

