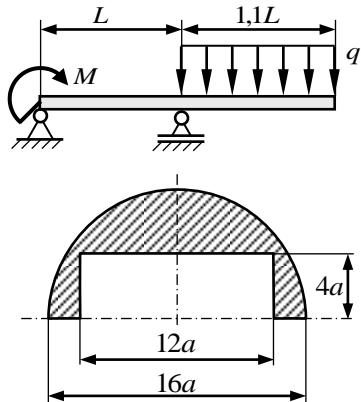


## ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА ПРАВА ГРЕДА

### УСЛОВИЕ:



За показаните на схемата гредя и напречно сечение:

1. Да се построят диаграмите на вътрешните усилия;
2. Да се оразмери гредата, като влиянието на  $Q_z$  се пренебрегне;
3. Да се начертаят диаграмите на напреженията в застрашените сечения.

Дадено е:  $M = 35 \text{ kNm}$ ;  $q = 59 \text{ kN/m}$ ;  $L = 1 \text{ m}$ ;  $\sigma_{\text{дон}} = 150 \text{ MPa}$ .

### РЕШЕНИЕ:

#### I. Опорни реакции

$$\sum x_i = 0: \quad A_x = 0;$$

$$\sum M_{Ai} = 0: \quad B_z L - q \cdot 1,1L(L + 1,1L/2) - M = 0;$$

$$B_z = 59 \cdot 1,1(1 + 1,1/2) + 35 = 135,595 \text{ kN}.$$

$$\sum M_{Bi} = 0: \quad A_z L - q \cdot 1,1L \cdot 1,1L/2 - M = 0;$$

$$A_z = 59 \cdot 1,1 \cdot 1,1/2 + 35 = 70,695 \text{ kN}.$$

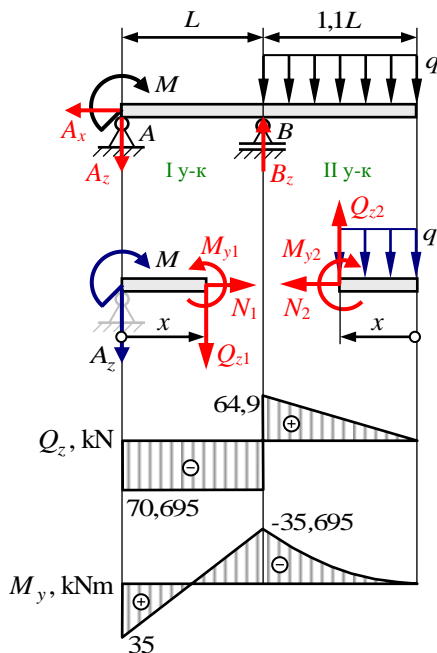
(виж схемата по-долу)

Проверка:

$$\sum z_i = 0: \quad A_z - B_z + q \cdot 1,1L = 0;$$

$$70,695 - 135,595 + 59 \cdot 1,1 = 0; \text{ вярно.}$$

#### II. Вътрешни усилия - гредата има два участъка



I участък, лява част,  $x \in [0; L]$ ,  $\rightarrow$ :

$$\sum x_i = 0: \quad N_1 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z1} + A_z = 0;$$

$$Q_{z1} = -A_z = -70,695 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y1} + A_z \cdot x - M = 0;$$

$$M_{y1} = -70,695 \cdot x + 35 - \text{уравнение на права линия};$$

$$M_{y1}(x=0) = 35 \text{ kNm}; \quad M_{y1}(x=L=1 \text{ m}) = -35,695 \text{ kNm}.$$

II участък, дясна част,  $x \in [0; 1,1L]$ ,  $\leftarrow$ :

$$\sum x_i = 0: \quad N_2 = 0.$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z2} - q \cdot x = 0;$$

$$Q_{z2} = 59x - \text{уравнение на права линия};$$

$$Q_{z2}(x=0) = 0; \quad Q_{z2}(x=1,1L=1,1 \text{ m}) = 64,9 \text{ kN}.$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y2} + q \cdot x \cdot x/2 = 0;$$

$$M_{y2} = -59 \cdot x^2/2 - \text{уравнение на квадратна парабола};$$

$$M_{y2}(x=0) = 0; \quad M_{y2}(x=1,1L=1,1 \text{ m}) = -35,695 \text{ kNm};$$

$$dM_{y2}/dx = Q_{z2} = 59x; \quad x_{\text{extr}} = 0; \quad M_{y2}(x_{\text{extr}}=0) = 0.$$

#### III. Вид съпротива

Тъй като  $Q_z$  се пренебрегва по условие, само  $M_y \neq 0$ . Гредата е подложена на *чисто огъване*.

#### IV. Застрасени сечения

Материалът е жилаво-пластичен (едно  $\sigma_{дон}$ ). Застрасено е сечение  $B$ , с  $\max M_y = -35,695$  kNm.

#### V. Застрасени точки в застрасените сечения

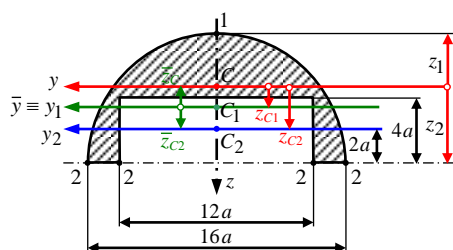
При чисто огъване около ос  $y$  и жилаво-пластичен материал, *застрасени са най-отдалечените от ос  $y$  точки*. От диаграмата на напреженията (дадена по-долу) се вижда, че те са подложени на натиск. Означавам ги с 2-2.

#### VI. Якостно оразмеряване

$$|\max \sigma_x| = \left| \frac{\max M_y}{I_y} z_{\max} \right| \leq \sigma_{дон}; \quad \left| \frac{-35695}{206,38a^4} 4,675a \right| \leq 150 \cdot 10^6; \quad a \geq \sqrt[3]{\frac{35695 \cdot 4,675}{206,38 \cdot 150 \cdot 10^6}} = 0,0175338 \text{ m.}$$

Приемам  $a = 0,018 \text{ m} = 18 \text{ mm}$ .

Геометрични характеристики, използвани при якостното пресмятане:



Проста фигура 1 – полукръг с радиус  $R = 8a$ ;

проста фигура 2 – правоъгълна празнина  $12a \times 4a$ ;

$$A_1 = \pi R^2/2 = 3,14(8a)^2/2 = 100,48a^2;$$

$$A_2 = b \cdot h = 12a \cdot 4a = 48a^2;$$

$$\bar{y} \equiv y_1; \quad \bar{z}_{C1} = 0; \quad \bar{z}_{C2} = \frac{4}{3\pi} R - 2a = \frac{4}{3,314} 8a - 2a = 1,397a;$$

$\bar{y}_C = 0$ , тъй като ос  $z$  е ос на симетрия;

$$\bar{z}_C = \frac{\bar{z}_{C1}A_1 - \bar{z}_{C2}A_2}{A_1 - A_2} = \frac{0 - 1,397a \cdot 48a^2}{100,48a^2 - 48a^2} = -1,278a;$$

$$z_{C1} = -\bar{z}_{C1} = 1,278a; \quad z_{C2} = z_{C1} + |\bar{z}_{C2}| = 1,278a + 1,397a = 2,675a;$$

$$I_y^{(1)} = I_{y1} + z_{C1}^2 A_1 = 0,1098(8a)^4 + (1,278a)^2 100,48a^2 = 613,85a^4;$$

$$I_y^{(2)} = I_{y2} + z_{C2}^2 A_2 = \frac{12a(4a)^3}{12} + (2,675a)^2 48a^2 = 407,47a^4;$$

$$I_y = I_y^{(1)} - I_y^{(2)} = 613,85a^4 - 407,47a^4 = 206,38a^4;$$

$$z_1 = -(8a - z_1) = -(8a - 4,675a) = -3,325a;$$

$$z_2 = z_{C2} + 2a = 2,675a + 2a = 4,675a;$$

$$z_{\max} = z_2 = 4,675a.$$

#### VII. Диаграми на напреженията в застрасените сечения - сечение B

Действителни стойности на напреженията:

$$\text{Точка 1: } \sigma_{x1} = \frac{\max M_y}{I_y} z_1 = \frac{-35695}{206,38 \cdot 0,018^4} (-3,325 \cdot 0,018) = 98608400 \text{ Pa} = 98,61 \text{ MPa} = \max \sigma_x^{он}.$$

$$\text{Точки 2-2: } \sigma_{x2} = \frac{\max M_y}{I_y} z_2 = \frac{-35695}{206,38 \cdot 0,018^4} 4,675 \cdot 0,018 = -138644893 \text{ Pa} = -138,64 \text{ MPa} = \max \sigma_x^{нат}.$$

Сечение B:

