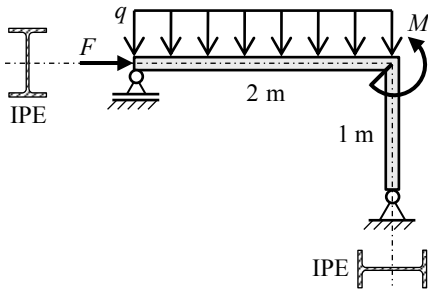


ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА РАВНИННА РАМКА

УСЛОВИЕ:



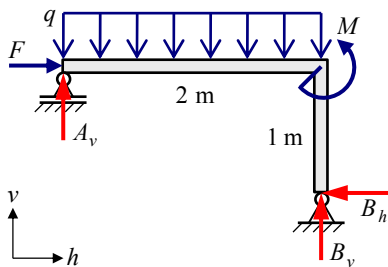
За показаната на схемата равнинна рамка:

1. Да се построят диаграмите на вътрешните усилия;
2. Да се оразмери рамката, като влиянието на Q_z се пренебрегне;
3. Да се начертаят диаграмите на напреженията в застрашените сечения.

Дадено е: $F = 6 \text{ kN}$; $q = 10 \text{ kN/m}$; $M = 2 \text{ kN}\cdot\text{m}$; $L = 1 \text{ m}$;
 $\sigma_{\text{дон}} = 120 \text{ MPa}$.

РЕШЕНИЕ:

I. Опорни реакции и диаграми на вътрешните усилия



1. Опорни реакции

Означавам опорните реакции като A_v , B_h и B_v (в червено).

$$\sum h_i = 0: \quad B_h - F = 0;$$

$$B_h = F = \underline{6 \text{ kN}}.$$

$$\sum M_{Ai} = 0: \quad B_v \cdot 2 - B_h \cdot 1 + M - q \cdot 2 \cdot 1 = 0;$$

$$B_v = (6 \cdot 1 - 2 + 10 \cdot 2 \cdot 1) / 2 = \underline{12 \text{ kN}}.$$

$$\sum M_{Bi} = 0: \quad A_v \cdot 2 + F \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 1 - M = 0;$$

$$A_v = (-6 \cdot 1 + 10 \cdot 2 \cdot 1 + 2) / 2 = \underline{8 \text{ kN}}.$$

Проверка:

$$\sum v_i = 0: \quad A_v + B_v - q \cdot 2 = 0; \quad 8 + 12 - 10 \cdot 2 = 0, \text{ О.К.}$$

2. Вътрешни усилия

Рамката има два участъка. Поставям реперна линия – отдолу на хоризонталния участък и отляво на вертикалния участък (зелена прекъсната линия).

I участък, лява част, $x \in [0; 2 \text{ m}]$, \rightarrow :

$$\sum x_i = 0: \quad N_1 + F = 0;$$

$$N_1 = -F = -6 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z1} + qx - A_v = 0;$$

$$Q_{z1} = 8 - 10x - \text{уравнение на права линия};$$

$$Q_{z1}(0) = 8 \text{ kN}; \quad Q_{z1}(x=2 \text{ m}) = -12 \text{ kN}.$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y1} + qx \cdot x/2 - A_v \cdot x = 0;$$

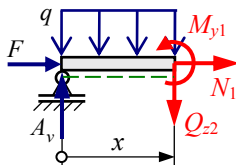
$$M_{y1} = -5x^2 + 8x - \text{квадратна парабола};$$

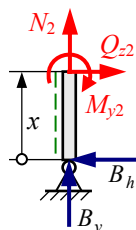
$$M_{y1}(0) = 0; \quad M_{y1}(x=2 \text{ m}) = -4 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Изследване за екстремуми:

$$\frac{dM_{y1}}{dx} = Q_{z1} = 8 - 10x = 0; \quad x_{\text{extr}} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ m};$$

$$\text{extr}M_{y1} = M_{y1}(x_{\text{extr}} = 0,8 \text{ m}) = 3,2 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$





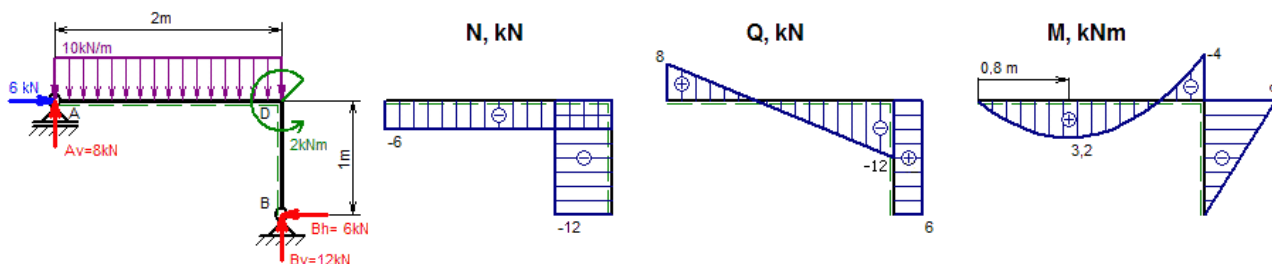
II участък, дясна част, $x \in [0; 1 \text{ m}]$, \leftarrow :

$$\sum x_i = 0: \quad N_2 + B_v = 0; \\ N_2 = -12 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_{z2} - B_h = 0; \\ Q_{z2} = 6 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_{y2} + B_h \cdot x = 0; \\ M_{y2} = -6x - \text{уравнение на права линия}; \\ M_{y2}(0) = 0 \text{ kN.m}; \quad M_{y2}(x=1 \text{ m}) = -6 \text{ kN.m.}$$

3. Диаграми на вътрешните усилия



4. Проверки на диаграмите на вътрешните усилия – виж <http://smat.info/content/Reshenia/VU/Ramka.pdf>

II. Вид съпротива

Тъй като Q_z се пренебрегва по условие, само $N \neq 0$ ($N < 0$) и $M_y \neq 0$. Рамката е подложена на *чисто огъване и натиск*.

III. Заstraшени сечения

Материалът е жилаво-пластичен (едно $\sigma_{дон}$). Заstraшено е сечение D от втори участък, с $\max N = -12 \text{ kN}$ и $\max M_y = -6 \text{ kNm}$.

IV. Заstraшени точки в заstraшените сечения

При чисто огъване около ос y и натиск, жилаво-пластичен материал, *заstraшени са най-отдалечените от нулевата линия точки*. Те ще бъдат означени с 1-1.

V. Якостно оразмеряване - налице е частен случай на чисто огъване и натиск

$$|\max \sigma_x| = \frac{|\max N|}{A} + \frac{|\max M_y|}{W_y} \leq \sigma_{дон};$$

Неизвестните са две (A и W_y), поради което се оразмерява както при чисто огъване:

$$\frac{|\max M_y|}{W_y} \leq \sigma_{дон}; \quad \frac{6 \cdot 10^3}{W_y} \leq 120 \cdot 10^6; \quad W_y \geq \frac{6 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Избирам профил IRE 120 с $W_y = 53 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$, $A = 13,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ и $I_y = 318 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$.

Проверка на цялото якостно условие:

$$|\max \sigma_x| = \frac{|\max N|}{A} + \frac{|\max M_y|}{W_y} = \frac{12 \cdot 10^3}{13,2 \cdot 10^{-4}} + \frac{6 \cdot 10^3}{53 \cdot 10^{-6}} = 122,3 \cdot 10^6 > 120 \cdot 10^6!$$

$$\Delta \sigma = \frac{|\max \sigma_x| - \sigma_{дон}}{\sigma_{дон}} \cdot 100\% = \frac{122,3 - 120}{120} \cdot 100 = 1,92\% < 5\%,$$

избраният профил IRE 120 може да остане.

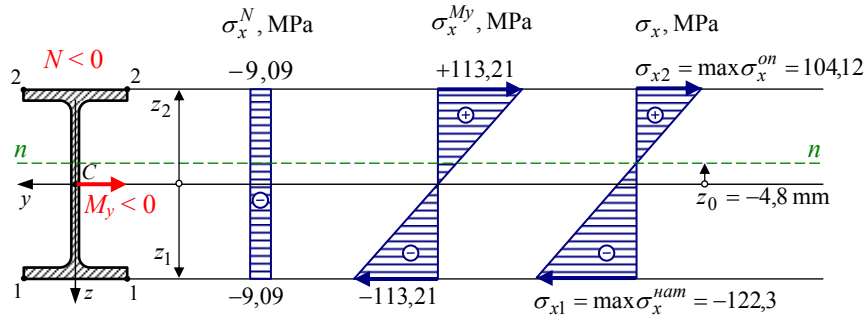
VI. Диаграми на напреженията в застрашените сечения - сечение D от II участък

$$\sigma_x^N = \frac{N}{A} = \frac{-12 \cdot 10^3}{13,2 \cdot 10^{-4}} = -9\,090\,909 \text{ Pa} = -9,09 \text{ MPa};$$

$$|\max \sigma_x^{My}| = \frac{|\max M_y|}{W_y} = \frac{8 \cdot 10^3}{53 \cdot 10^{-6}} = 113\,207\,547 = 113,21 \text{ MPa};$$

$$z_0 = -\frac{N}{M_y} \frac{I_y}{A} = -\frac{-12 \cdot 10^3}{-6 \cdot 10^3} \frac{318 \cdot 10^{-8}}{13,2 \cdot 10^{-4}} = -0,0048 \text{ m} = -4,8 \text{ mm}.$$

Сечение D от II участък:



Максимални стойности на напреженията на опън и натиск:

Точки 1-1: $\sigma_{x1} = \sigma_{x1}^N + \sigma_{x1}^{My} = -9,09 - 113,21 = -122,3 \text{ Pa} = \max \sigma_x^{nam}$.

Точка 2-2: $\sigma_{x2} = \sigma_{x2}^N + \sigma_{x2}^{My} = -9,09 + 113,21 = +104,12 \text{ Pa} = \max \sigma_x^{on}$.