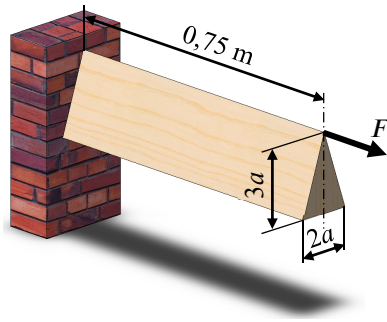


# ЕКСЦЕНТРИЧЕН ОПЪН (НАТИСК):

## ЗАДАЧА ЗА ЯКОСТНО ОРАЗМЕРЯВАНЕ

### УСЛОВИЕ:

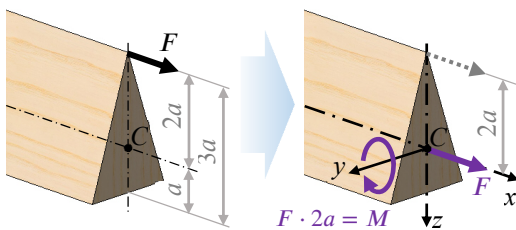


За показаната на схемата дървена гредка:

- 1) Да се построят диаграмите на вътрешните усилия;
- 2) Да се извърши якостно оразмеряване;
- 3) Да се построят диаграмите на напреженията в застрашените сечения.

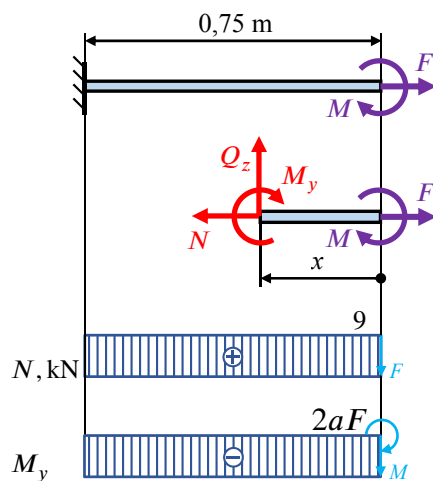
Дадено е:  $F = 9 \text{ kN}$ ;  $\sigma_{\text{доп}}^{\text{оп}} = 100 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_{\text{доп}}^{\text{нат}} = 25 \text{ MPa}$ .

### РЕШЕНИЕ:



#### I. Привеждане на товарите към оста на гредата

Силата  $F$  се премества успоредно на себе си на разстояние  $2a$  до центъра на тежест  $C$ . За да остане системата еквивалентна на дадената, се добавя и съсредоточен момент  $M = F \cdot 2a$ .



#### II. Опорни реакции и вътрешни усилия

**1. Опорни реакции.** Налице е ляво запъната гредка. При определяне на вътрешните усилия ще бъдат отделени десни части, така че опорните реакции не са нужни за решението.

**2. Вътрешни усилия.** Гредката има един участък.

Отделям дясна част,  $x \in [0; 0,75 \text{ m}]$ ,  $\leftarrow$ :

$$\sum x_i = 0: \quad N - F = 0; \\ N = F = 9 \text{ kN} = \text{const.}$$

$$\sum z_i = 0: \quad Q_z = 0.$$

$$\sum M_{yi} = 0: \quad M_y + M = 0; \\ M_y = -M = -2aF = \text{const.}$$

#### III. Вид съпротива

Гредката е подложена на *ексцентричен опън*. Във всички напречни сечения вътрешните усилия са  $N > 0$  и  $M_y \neq 0$ , следователно сеченията са подложени на *чисто огъване и опън*.

#### IV. Застрашени сечения

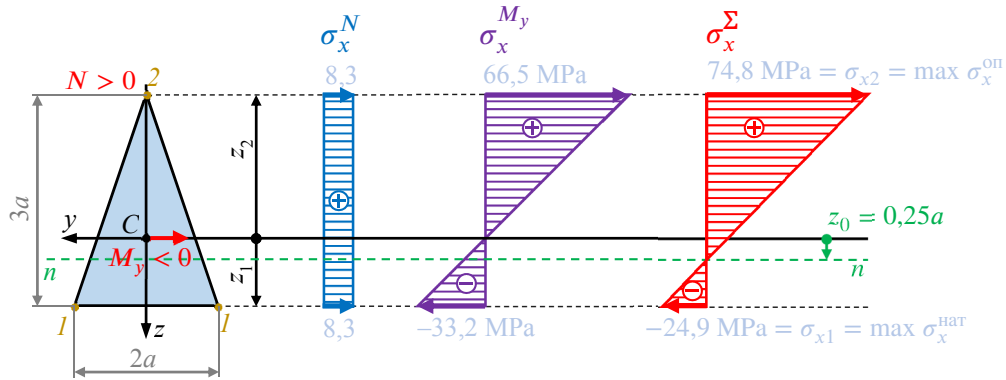
Застрашени са всички напречни сечения. В тях действат  $M_y = -2aF$  и  $N = 9 \text{ kN}$ .

#### V. Застрашени точки

Материалът има две допустими напрежения,  $y$  не е ос на симетрия. Застрашени са най-отдалечените точки *от двете страни* на нулевата линия. За определяне на застрашените точки е необходимо да се построят диаграми на напреженията в застрашените сечения.

$$z_0 = -\frac{N}{M_y} \frac{I_y}{A} = -\frac{F}{-2aF} \frac{1,5a^4}{3a^2} = 0,25a,$$

$$\text{където: } I_y = \frac{bh^3}{36} = \frac{2a \cdot (3a)^3}{36} = 1,5a^4; \quad A = \frac{bh}{2} = \frac{2a \cdot 3a}{2} = 3a^2.$$



От диаграмите се вижда, че *застрашени са точки „I-I“*, с напрежение  $\sigma_{x1} = \max \sigma_x^{\text{нат}}$ , както и точка „2“, с напрежение  $\sigma_{x2} = \max \sigma_x^{\text{оп}}$ .

Координати на точки „I-I“ и „2“:  $z_1 = a$ ;  $z_2 = -2a$ .

## VI. Якостно оразмеряване

$$|\sigma_{x1}| = |\max \sigma_x^{\text{нат}}| = \left| \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z_1 \right| \leq \sigma_{\text{доп}}^{\text{нат}};$$

$$\left| \frac{9 \cdot 10^3}{3a^2} + \frac{-2a \cdot 9 \cdot 10^3}{1,5a^4} a \right| \leq 25 \cdot 10^6; \quad a \geq \sqrt{\frac{|9 \cdot 10^3 - 2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^3|}{3 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 0,01897 \text{ m.}$$

$$\sigma_{x2} = \max \sigma_x^{\text{оп}} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z_2 \leq \sigma_{\text{доп}}^{\text{оп}};$$

$$\frac{9 \cdot 10^3}{3a^2} + \frac{-2a \cdot 9 \cdot 10^3}{1,5a^4} (-2a) \leq 100 \cdot 10^6; \quad a \geq \sqrt{\frac{9 \cdot 10^3 + 2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^3 \cdot 2}{3 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0,01643 \text{ m.}$$

От двете якостни условия се получиха две стойности на  $a$ . Избира се *по-голямата* стойност.

Приемам  $a = 0,019 \text{ m}$ .

## VII. Диаграми на напреженията в застрашеното сечение

Диаграмите са построени в точка V. Характерните стойности на напреженията са:

$$\sigma_x^N = \frac{N}{A} = \frac{9 \cdot 10^3}{3 \cdot 0,019^2} = 8\,310\,249 \text{ Pa} = 8,3 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x1}^{M_y} = \frac{M_y}{I_y} z_1 = \frac{-2a \cdot 9 \cdot 10^3}{1,5a^4} a = -\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 0,019^2} = -33\,240\,997 \text{ Pa} = -33,2 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x2}^{M_y} = \frac{M_y}{I_y} z_2 = \frac{-2a \cdot 9 \cdot 10^3}{1,5a^4} (-2a) = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^3 \cdot 2}{1,5 \cdot 0,019^2} = 66\,481\,994 \text{ Pa} = 66,5 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x1} = \max \sigma_x^{\text{нат}} = \sigma_{x1}^N + \sigma_{x1}^{M_y} = 8,3 - 33,2 = -24,9 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{x2} = \max \sigma_x^{\text{оп}} = \sigma_{x2}^N + \sigma_{x2}^{M_y} = 8,3 + 66,5 = 74,8 \text{ MPa};$$

$$z_0 = 0,25a = 0,25 \cdot 0,019 = 0,00475 \text{ m} = 4,75 \text{ mm.}$$

Върху диаграмата на напреженията характерните стойности на  $\sigma_x$  са означени в **бледо синьо**.